LUYỆN TẬP (1 tiết)

Mục đích của tiết luyện tập này là : Củng cố và nâng cao kĩ năng tìm nguyên hàm bằng cách sử dụng các tính chất cơ bản của nguyên hàm và áp dụng phương pháp đổi biến số hay phương pháp lấy nguyên hàm từng phần.

Gợi ý trả lời câu hỏi và bài tập

7. a) Đổi biến $u = 7 - 3x^2$. Khi đó $3x\sqrt{7-3x^2}\,dx = -\frac{1}{2}u^{\frac{1}{2}}du.$

9. a) Đặt $u = x^2$, $v' = \cos 2x$. Khi đó $u' = 2x$, $v = \frac{1}{2}\sin 2x$. Vậy

$$\int x^2 \cos 2x\,dx = \frac{1}{2}x^2 \sin 2x - \int x \sin 2x\,dx.$$

Lại dùng công thức lấy nguyên hàm từng phần ta có

$$\int x \sin 2x\,dx = -\frac{1}{2}x\cos 2x + \frac{1}{4}\sin 2x + C.$$

Thay vào ta được kết quả là

$$\frac{1}{2}x^2 \sin 2x + \frac{1}{2}x\cos 2x - \frac{1}{4}\sin 2x + C.$$

b) Đặt $u = \ln x$, $v' = \sqrt{x} \Rightarrow u' = \frac{1}{x}$, $v = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$. Công thức lấy nguyên hàm từng phần cho ta

$$\int \sqrt{x}\ln x\,dx = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\ln x - \int \frac{2}{3}x^{\frac{1}{2}}\,dx = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\ln x - \frac{4}{9}x^{\frac{3}{2}} + C.$$

c) Đặt $u = \sin x$ ta được kết quả là $\frac{\sin^5 x}{5} + C$.

d) Đặt u = x^2 ta được kết quả là $\frac{\sin x^2}{2} + C$.

Kết quả $-\dfrac{1}{3}(7-3x^2)^{\frac{3}{2}}+C$.

b) Đổi biến $u = 3x + 4$. Ta được kết quả $\dfrac{1}{3}\sin(3x+4) + \mathrm{C}$.

c) Đổi biến $u = 3x + 2$. Ta được kết quả $\dfrac{1}{3}\tan(3x+2) + \mathrm{C}$.

d) Đổi biến $u = \sin\dfrac{x}{3}$. Khi đó $\sin^5\left(\dfrac{x}{3}\right)\cos\left(\dfrac{x}{3}\right)\mathrm{d}x = 3u^5\,\mathrm{d}u$.

Từ đó ta được kết quả $\dfrac{1}{2}\sin^6\left(\dfrac{x}{3}\right)+C$.

8. a) Đổi biến $u = \dfrac{x^3}{18} - 1$. Khi đó $x^2\left(\dfrac{x^3}{18}-1\right)^5\mathrm{d}x = 6u^5\,\mathrm{d}u$.

Từ đó ta được kết quả $\left(\dfrac{x^3}{18}-1\right)^6 + C$.

b) Đổi biến $u = \sin\left(\dfrac{1}{x}\right)$. Khi đó $\dfrac{1}{x^2}\sin\left(\dfrac{1}{x}\right)\cos\left(\dfrac{1}{x}\right)\mathrm{d}x = -u\mathrm{d}u$.

Từ đó ta được kết quả $-\dfrac{\sin^2\left(\dfrac{1}{x}\right)}{2}+C$.

c) Đặt $u = x^3$, $v' = \mathrm{e}^x$. Ta có $\int x^3\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x x^3 - 3\int x^2\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$.

Tương tự việc tính $\int x^2\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$ lại đưa về tính $\int x\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$ mà ta đã biết ở bài 6c).

Cuối cùng ta được kết quả là $\mathrm{e}^x(x^3-3x^2+6x-6)+C$.

d) Đổi biến u = $\sqrt{3x-9}$. Ta có $\mathrm{d}u = \dfrac{3\,\mathrm{d}x}{2u}$ hay $\mathrm{d}x = \dfrac{2u\,\mathrm{d}u}{3}$.

Vậy $\mathrm{e}^{\sqrt{3x-9}}\,\mathrm{d}x = \dfrac{2}{3}u\mathrm{e}^u\,\mathrm{d}u$. Theo công thức đổi biến và bài 6c) ta được

$$\int\frac{2}{3}u\mathrm{e}^u\,\mathrm{d}u = \frac{2}{3}(u\mathrm{e}^u - \mathrm{e}^u) + C = \frac{2}{3}\left(\sqrt{3x-9}\,\mathrm{e}^{\sqrt{3x-9}} - \mathrm{e}^{\sqrt{3x-9}}\right) + C.$$