

LUYỆN TẬP (2 tiết)

Mục tiêu của hai tiết luyện tập này là rèn luyện kỹ năng tính tích phân bằng các phương pháp được học.

Gợi ý trả lời câu hỏi và bài tập

19. a) Đổi biến. Đặt $u = t^5 + 2t$. Khi đó $I = \int_0^3 \sqrt{u} du = 2\sqrt{3}$.

b) Đặt $u = x$, $v' = \frac{\sin 2x}{2}$. Khi đó $I = \left(-\frac{x \cos 2x}{4}\right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos 2x}{4} dx = \frac{\pi}{8}$.

20. a) Đổi biến. Đặt $u = 5 - 4\cos t$. Khi đó $I = \int_1^9 \frac{5}{4} u^{\frac{1}{4}} du = 9^{\frac{5}{4}} - 1$.

b) Đổi biến. Đặt $u = \sqrt{x^2 + 1}$. Khi đó $I = \int_1^2 (u^2 - 1) du = \frac{4}{3}$.

21. (B) Đổi biến. Đặt $u = 2x$. Khi đó $I = \int_2^6 \frac{\sin u}{u} du = F(6) - F(2)$.

22. a) Đổi biến. Đặt $u = 1 - x$. Khi đó $I = -\int_1^0 f(1 - u) du = \int_0^1 f(1 - u) du$.

b) $\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$.

Ta lại có $\int_{-1}^0 f(x) dx = -\int_1^0 f(-u) du = \int_0^1 f(-x) dx$.

Do đó $\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_0^1 [f(x) + f(-x)] dx$.

23. Đổi biến $u = -x$.

a) Nếu f là hàm lẻ thì $f(x) = -f(-x)$.

Do đó $I = -\int_1^0 f(-u) du = -\int_0^1 f(u) du = -3$.

b) Nếu f là hàm chẵn thì $f(x) = f(-x)$. Do đó $I = -\int_1^0 f(-u) du = \int_0^1 f(u) du = 3$.

24. a) Đổi biến $u = x^3$. Khi đó $I = \int_1^8 \frac{e^u du}{3} = \frac{e^8 - e}{3}$.

b) Đổi biến $u = \ln x$. Khi đó $I = \int_0^{\ln 3} u^2 du = \frac{(\ln 3)^3}{3}$.

c) Đổi biến $u = 1 + x^2$. Khi đó $I = \int_1^4 \frac{1}{2} u^{\frac{1}{2}} du = \frac{7}{3}$.

d) Đổi biến $u = 3x^3$. Khi đó $I = \int_0^3 \frac{1}{9} e^u du = \frac{e^3 - 1}{9}$.

e) Đổi biến $u = 1 + \sin x$. Khi đó $I = \int_1^2 \frac{du}{u} = \ln 2$.

25. a) Tích phân từng phần. Đặt $u = x$, $v' = \cos 2x \Rightarrow u' = 1$, $v = \frac{\sin 2x}{2}$.

Khi đó $I = \left(x \frac{\sin 2x}{2} \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin 2x}{2} dx = \frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}$.

b) Đổi biến $u = \ln(2 - x)$ ta có $I = \int_0^{\ln 2} u du = \frac{(\ln 2)^2}{2}$.

c) Tích phân từng phần. Đặt $u = x^2$, $v' = \cos x \Rightarrow u' = 2x$, $v = \sin x$.

Ta có $I = \left(x^2 \sin x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx = \frac{\pi^2}{4} - 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$.

Bằng tích phân từng phần $u = x$, $v = \cos x$ ta tính được $2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx = 2$.

Vậy $I = \frac{\pi^2}{4} - 2$.

d) Đổi biến $u = x^3 + 1$. Khi đó $I = \frac{1}{3} \int_1^2 u^{\frac{1}{2}} du = \frac{2}{9} (2\sqrt{2} - 1)$.

e) Đặt $u = \ln x$, $v' = x^2$. Ta có $I = \left(\frac{1}{3} x^3 \ln x \right) \Big|_1^e - \int_1^e \frac{x^2 dx}{3} = \frac{2e^3 + 1}{9}$.