

LUYỆN TẬP (1 tiết)

Bài luyện tập này nhằm củng cố các kiến thức trong hai bài §4, §5 và rèn luyện thêm cho học sinh các kỹ năng :

- Tìm các đường tiệm cận của đồ thị.
- Viết công thức chuyển hệ tọa độ trong phép tịnh tiến theo một vectơ cho trước và viết phương trình của đường cong đối với hệ tọa độ mới.
- Tìm tâm đối xứng của đồ thị một vài hàm số đơn giản.

Gợi ý trả lời câu hỏi và bài tập

37. a) Hàm số xác định trên tập hợp $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$.

$$a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} \right) = 2;$$

$$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} (y - 2x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 1} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{\sqrt{x^2 - 1} + x} = 0.$$

Tiệm cận xiên : $y = 2x$ (khi $x \rightarrow +\infty$).

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 - 1}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{\sqrt{x^2 - 1} - x} = 0.$$

Tiệm cận ngang : $y = 0$ (khi $x \rightarrow -\infty$).

b) Hàm số xác định trên tập hợp $(-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$.

$$a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{1 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2}} = 1;$$

$$\begin{aligned} b &= \lim_{x \rightarrow +\infty} (y - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 3} - x) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4x + 3}{\sqrt{x^2 - 4x + 3} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4 + \frac{3}{x}}{\sqrt{1 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2}} + 1} = -2. \end{aligned}$$

Tiệm cận xiên : $y = x - 2$ (khi $x \rightarrow +\infty$).

$$\begin{aligned} a &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x \sqrt{1 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2}}}{x} = - \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{1 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2}} = -1; \end{aligned}$$

$$b = \lim_{x \rightarrow -\infty} (y + x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 3} + x)$$

$$\begin{aligned}
&= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x + 3}{\sqrt{x^2 - 4x + 3} - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x + 3}{-x\sqrt{1 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2}} - x} \\
&= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4 + \frac{3}{x}}{-\sqrt{1 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2}} - 1} = \frac{-4}{-2} = 2.
\end{aligned}$$

Tiệm cận xiên : $y = -x + 2$ (khi $x \rightarrow -\infty$).

Đồ thị của hàm số đã cho có hai nhánh. Nhánh phải nhận đường thẳng $y = x - 2$ làm tiệm cận xiên, nhánh trái nhận đường thẳng $y = -x + 2$ làm tiệm cận xiên.

c) Hai tiệm cận xiên : $y = x$ khi ($x \rightarrow +\infty$) và $y = -x$ (khi $x \rightarrow -\infty$).

d) Hai tiệm cận đứng : $x = 1$ và $x = -1$; tiệm cận ngang : $y = 1$ (khi $x \rightarrow +\infty$ và $x \rightarrow -\infty$).

38. a) Tiệm cận đứng : $x = 3$; tiệm cận xiên : $y = x + 1$.

b) $I(3; 4)$;
$$\begin{cases} x = X + 3 \\ y = Y + 4. \end{cases}$$

c) Phương trình của đường cong (\mathcal{C}) đối với hệ tọa độ IXY là

$$\begin{aligned}
Y + 4 &= \frac{(X + 3)^2 - 2(X + 3) + 2}{X} \\
&= \frac{X^2 + 4X + 5}{X} = X + 4 + \frac{5}{X},
\end{aligned}$$

hay
$$Y = X + \frac{5}{X}.$$

Đây là một hàm số lẻ. Do đó đồ thị (\mathcal{C}) nhận gốc tọa độ I làm tâm đối xứng.

39. a) Ta viết hàm số đã cho dưới dạng

$$y = x - 1 - \frac{2}{x + 2}.$$

• Tiệm cận đứng : $x = -2$; tiệm cận xiên : $y = x - 1$.

• $I(-2 ; -3)$; $\begin{cases} x = X - 2 \\ y = Y - 3. \end{cases}$

• Phương trình của đồ thị đối với hệ tọa độ IXY là

$$Y = X - \frac{2}{X}.$$

b) Ta viết hàm số đã cho dưới dạng

$$y = x - 3 + \frac{4}{x - 5}.$$

• Tiệm cận đứng : $x = 5$; tiệm cận xiên : $y = x - 3$.

• $I(5 ; 2)$; $\begin{cases} x = X + 5 \\ y = Y + 2. \end{cases}$

• Phương trình của đường cong đối với hệ tọa độ IXY là

$$Y = X + \frac{4}{X}.$$