## LUYỆN TẬP (1 tiết)

Mục đích của tiết luyện tập này là nhằm rèn luyện kĩ năng tính toán với luỹ thừa nguyên và luỹ thừa hữu tỉ, đặc biệt là tính toán với các biểu thức có chứa căn thức.

***Gợi ý trả lời câu hỏi và bài tập***

**8.** a) $\dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}-\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}=\dfrac{\left(\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}\right)\left(\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}\right)}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}-\dfrac{\sqrt[4]{a}(\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b})}{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}$

$$=\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}-\sqrt[4]{a}=\sqrt[4]{b}.$$

b) $\dfrac{a-b}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}-\dfrac{a+b}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}=\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}-(\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2})$

$$=2\sqrt[3]{ab}.$$

c) $\left(\dfrac{a+b}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}-\sqrt[3]{ab}\right):\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)^2=\left(\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}-\sqrt[3]{ab}\right):\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)^2$

$$=\left(\sqrt[3]{a^2}-2\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}\right):\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)^2=\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)^2:\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)^2=1.$$

d) $\dfrac{a-1}{a^{\frac{3}{4}}+a^{\frac{1}{2}}}.\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt[4]{a}}{\sqrt{a}+1}.a^{\frac{1}{4}}+1=\dfrac{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)}{\sqrt{a}(\sqrt[4]{a}+1)}.\dfrac{\sqrt[4]{a}(\sqrt[4]{a}+1)}{(\sqrt{a}+1)}.\sqrt[4]{a}+1$

$$=\sqrt{a}-1+1=\sqrt{a}.$$

**9.** Theo tính chất của luỹ thừa với số mũ nguyên dương, ta có

$$\left(\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}\right)^n = \left(\sqrt[n]{a}\right)^n\left(\sqrt[n]{b}\right)^n = ab.$$

Do đó theo định nghĩa căn bậc $n$ của một số, ta có

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}.$$

**10.** a) *Cách 1.* Ta có

$$\left(\sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{4-2\sqrt{3}}\right)^2 = 4 + 2\sqrt{3} + 4 - 2\sqrt{3} - 2\sqrt{16-12} = 4.$$

Hơn nữa, vì $\sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{4-2\sqrt{3}} > 0$ nên $\sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{4-2\sqrt{3}} = 2$.

*Cách 2.* Ta có $4 \pm 2\sqrt{3} = \left(\sqrt{3}\right)^2 \pm 2\sqrt{3} + 1 = \left(\sqrt{3} \pm 1\right)^2$

nên $\sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{4-2\sqrt{3}} = \left(\sqrt{3}+1\right) - \left(\sqrt{3}-1\right) = 2$.

b) *Cách 1.* Đặt $x = \sqrt[3]{9+\sqrt{80}} + \sqrt[3]{9-\sqrt{80}}$. Ta cần chứng minh $x = 3$.

Ta có $x^3 = \left(\sqrt[3]{9+\sqrt{80}} + \sqrt[3]{9-\sqrt{80}}\right)^3$

$$= 9 + \sqrt{80} + 9 - \sqrt{80} + 3\sqrt[3]{9+\sqrt{80}}.\sqrt[3]{9-\sqrt{80}}.x$$

$= 18 + 3\sqrt[3]{81-80}.x = 18 + 3x$. Do đó

$$x^3 - 3x - 18 = 0. \; (*)$$

Để ý rằng $x^3 - 3x - 18 = (x-3)\left(x^2+3x+6\right)$ nên từ phương trình (*) suy ra $x = 3$.

*Cách 2.* Ta có $\sqrt[3]{9+\sqrt{80}}.\sqrt[3]{9-\sqrt{80}} = 1$, nên $\sqrt[3]{9+\sqrt{80}} + \sqrt[3]{9-\sqrt{80}} = 3$ nếu $\sqrt[3]{9+\sqrt{80}}$ và $\sqrt[3]{9-\sqrt{80}}$ là hai nghiệm của phương trình $X^2 - 3X + 1 = 0$, tức là

$$\begin{cases} \sqrt[3]{9+\sqrt{80}} = \dfrac{3+\sqrt{5}}{2} & (1) \\ \sqrt[3]{9-\sqrt{80}} = \dfrac{3-\sqrt{5}}{2} & (2) \end{cases}$$

Ta chứng minh đẳng thức (1). Ta có

$$\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^3 = \frac{72+32\sqrt{5}}{8} = 9+4\sqrt{5} = 9+\sqrt{80}.$$ Từ đó suy ra (1).

Đẳng thức (2) được chứng minh tương tự. Từ (1) và (2) suy ra điều phải chứng minh.

**11.** a) Ta có : $\left(\sqrt{3}\right)^{-\frac{5}{6}} = 3^{-\frac{5}{12}}$ và

$$\sqrt[3]{3^{-1}\sqrt[4]{\frac{1}{3}}} = \sqrt[3]{3^{-1}\frac{1}{3^{\frac{1}{4}}}} = \sqrt[3]{3^{-1}3^{-\frac{1}{4}}} = \sqrt[3]{3^{-\frac{5}{4}}} = 3^{-\frac{5}{12}}.$$

Vậy $\left(\sqrt{3}\right)^{-\frac{5}{6}} = \sqrt[3]{3^{-1}\sqrt[4]{\frac{1}{3}}}$.

b) Ta có : $3^{600} = \left(3^3\right)^{200} = 27^{200}$ và

$$5^{400} = \left(5^2\right)^{200} = 25^{200}.$$

Vậy $3^{600} > 5^{400}$.

c) Ta có : $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{5}{7}} = 2^{\frac{5}{7}}$ ;

$$\sqrt{2}.2^{\frac{3}{14}} = 2^{\frac{1}{2}}.2^{\frac{3}{14}} = 2^{\frac{1}{2}+\frac{3}{14}} = 2^{\frac{5}{7}}.$$

Vậy $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{5}{7}} = \sqrt{2}.2^{\frac{3}{14}}$.

d) Ta có : $7^{30} = \left(7^3\right)^{10} = 343^{10}$ ;

$$4^{40} = \left(4^4\right)^{10} = 256^{10}.$$

Vậy $7^{30} > 4^{40}$.