

LUYỆN TẬP (1 tiết)

Mục đích của tiết luyện tập này là rèn luyện cho HS kỹ năng :

- Sử dụng tính chất của lũy thừa để tính toán với các biểu thức có chứa lũy thừa.
- Giải một số bài toán thực tế liên quan đến công thức lãi kép.

Gợi ý trả lời câu hỏi và bài tập

$$18. a) \sqrt[4]{x^2 \sqrt[3]{x}} = \left(x^2 \cdot x^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{4}} = \left(x^{\frac{7}{3}}\right)^{\frac{1}{4}} = x^{\frac{7}{12}}.$$

$$b) \sqrt[5]{\frac{b}{a} \sqrt[3]{\frac{a}{b}}} = \left(\frac{b}{a} \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{5}} = \left(\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{5}} = \left(\left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{5}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{2}{15}}.$$

$$c) \sqrt[3]{\frac{2}{3} \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \sqrt[3]{\frac{2}{3}}} = \left(\frac{2}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\left(\frac{2}{3}\right)^{1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

$$d) \sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a}}}} : a^{\frac{11}{16}} = \left(a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{1}{8}} \cdot a^{\frac{1}{16}}\right) : a^{\frac{11}{16}} = a^{\frac{15}{16}} : a^{\frac{11}{16}} = a^{\frac{1}{4}}.$$

$$19. a) a^{-2\sqrt{2}} \left(\frac{1}{a^{-\sqrt{2}-1}}\right)^{\sqrt{2}+1} = a^{-2\sqrt{2}} \left(a^{\sqrt{2}+1}\right)^{\sqrt{2}+1} = a^{-2\sqrt{2}} a^{3+2\sqrt{2}} = a^3.$$

$$b) \left(\frac{a^{\sqrt{3}}}{b^{\sqrt{3}-1}} \right)^{\sqrt{3}+1} \cdot \frac{a^{-1-\sqrt{3}}}{b^{-2}} = \frac{a^{3+\sqrt{3}}}{b^2} \cdot \frac{a^{-1-\sqrt{3}}}{b^{-2}} = a^2.$$

$$c) \frac{a^{2\sqrt{2}} - b^{2\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}} - b^{\sqrt{3}})^2} + 1 = \frac{a^{2\sqrt{2}} - b^{2\sqrt{3}} + (a^{\sqrt{2}} - b^{\sqrt{3}})^2}{(a^{\sqrt{2}} - b^{\sqrt{3}})^2}$$

$$= \frac{2a^{2\sqrt{2}} - 2a^{\sqrt{2}}b^{\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}} - b^{\sqrt{3}})^2} = \frac{2a^{\sqrt{2}}(a^{\sqrt{2}} - b^{\sqrt{3}})}{(a^{\sqrt{2}} - b^{\sqrt{3}})^2} = \frac{2a^{\sqrt{2}}}{a^{\sqrt{2}} - b^{\sqrt{3}}}.$$

$$d) \sqrt{(x^\pi + y^\pi)^2 - \left(\frac{1}{4^\pi xy} \right)^\pi} = \sqrt{x^{2\pi} + y^{2\pi} + 2x^\pi y^\pi - 4x^\pi y^\pi}$$

$$= \sqrt{x^{2\pi} + y^{2\pi} - 2x^\pi y^\pi} = \sqrt{(x^\pi - y^\pi)^2} = |x^\pi - y^\pi|.$$

20. a) $\frac{1}{2}(a^\alpha + a^{-\alpha}) = 1 \Leftrightarrow a^\alpha + a^{-\alpha} - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow \left(a^{\frac{\alpha}{2}} - a^{-\frac{\alpha}{2}} \right)^2 = 0 \Leftrightarrow a^{\frac{\alpha}{2}} = a^{-\frac{\alpha}{2}}. (*)$$

- Nếu $a \neq 1$ thì (*) $\Leftrightarrow \frac{\alpha}{2} = -\frac{\alpha}{2} \Leftrightarrow \alpha = 0$.

- Nếu $a = 1$ thì (*) $\Leftrightarrow \alpha$ là số thực tùy ý.

b) $3^{|\alpha|} < 27 \Leftrightarrow 3^{|\alpha|} < 3^3 \Leftrightarrow |\alpha| < 3 \Leftrightarrow -3 < \alpha < 3$.

21. a) Điều kiện $x \geq 0$.

Đặt $t = \sqrt[4]{x}$ ($t \geq 0$), ta được phương trình $t^2 + t = 2$.

Ta có $t^2 + t = 2 \Leftrightarrow t^2 + t - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -2 \text{ (loại)}. \end{cases}$$

$$\text{Do đó } \sqrt{x} + \sqrt[4]{x} = 2 \Leftrightarrow \sqrt[4]{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x = 1$.

b) Điều kiện $x \geq 0$.

$$\text{Đặt } t = \sqrt[4]{x} \ (t \geq 0), \text{ ta được phương trình } t^2 - 3t + 2 = 0.$$

$$\text{Ta có } t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2. \end{cases} \text{ Do đó}$$

$$\sqrt{x} - 3\sqrt[4]{x} + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt[4]{x} = 1 \\ \sqrt[4]{x} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 16. \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x = 1$; $x = 16$.

22. a) $x^4 < 3 \Leftrightarrow 0 \leq x^2 < \sqrt{3} \Leftrightarrow -\sqrt[4]{3} < x < \sqrt[4]{3}$.

b) $x^{11} \geq 7 \Leftrightarrow x \geq \sqrt[11]{7}$.

c) $x^{10} > 2 \Leftrightarrow |x| > \sqrt[10]{2} \Leftrightarrow x < -\sqrt[10]{2} \text{ hoặc } x > \sqrt[10]{2}$.

d) $x^3 \leq 5 \Leftrightarrow x \leq \sqrt[3]{5}$.