

LUYỆN TẬP (2 tiết)

Mục đích của hai tiết luyện tập này là rèn luyện cho HS kĩ năng :

- Sử dụng định nghĩa lôgarit để giải các bài toán về sự tồn tại lôgarit và tìm cơ số của lôgarit.
- Sử dụng các tính chất của lôgarit để tính toán với các biểu thức chứa lôgarit.

Gợi ý trả lời câu hỏi và bài tập

$$32. \text{ a) } \log_8 12 - \log_8 15 + \log_8 20 = \log_8 \left(\frac{12}{15} \cdot 20 \right)$$

$$= \log_8 4^2 = \log_{2^3} 2^4 = \frac{4}{3}.$$

$$\text{ b) } \frac{1}{2} \log_7 36 - \log_7 14 - 3 \log_7 \sqrt[3]{21} = \log_7 \left(\frac{6}{14 \cdot 21} \right) = \log_7 7^{-2} = -2.$$

$$\text{ c) } \frac{\log_5 36 - \log_5 12}{\log_5 9} = \frac{\log_5 3}{2 \log_5 3} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{ d) } 36^{\log_6 5} + 10^{1 - \log_{10} 2} - 8^{\log_2 3} = 6^{\log_6 5^2} + 10^{\log_{10} 5} - 2^{\log_2 3^3} \\ = 5^2 + 5 - 3^3 = 3.$$

$$33. \text{ a) Ta có } \log_3 4 > 1 \text{ và } \log_4 \frac{1}{3} < 0, \text{ suy ra } \log_3 4 > \log_4 \frac{1}{3}.$$

b) Ta có $\log_6 1,1 > 0$ nên $3^{\log_6 1,1} > 3^0 = 1$ (vì $3 > 1$) và $\log_6 0,99 < 0$ nên $7^{\log_6 0,99} < 7^0 = 1$ (vì $7 > 1$). Từ đó ta suy ra $3^{\log_6 1,1} > 1 > 7^{\log_6 0,99}$.

$$34. \text{ a) } \log 2 + \log 3 = \log 6 > \log 5.$$

$$\text{ b) } \log 12 - \log 5 = \log \frac{12}{5} = \log 2,4 < \log 7.$$

$$\text{ c) } 3 \log 2 + \log 3 = \log(2^3 \cdot 3) = \log 24 < \log 25 = 2 \log 5.$$

$$\text{ d) } 1 + 2 \log 3 = \log 10 + \log 3^2 = \log(10 \cdot 9) = \log 90 > \log 27 ;$$

(hoặc $\log 27 = 3 \log 3 = 2 \log 3 + \log 3 < 2 \log 3 + \log 10 = 2 \log 3 + 1$).

$$35. \text{ a) } \log_a x = \log_a (a^3 b^2 \sqrt{c}) = 3 + 2 \log_a b + \frac{1}{2} \log_a c$$

$$= 3 + 2 \cdot 3 + \frac{1}{2}(-2) = 8.$$

$$\text{ b) } \log_a x = \log_a \left(\frac{a^4 \sqrt[3]{b}}{c^3} \right) = 4 + \frac{1}{3} \log_a b - 3 \log_a c = 4 + \frac{1}{3} \cdot 3 - 3 \cdot (-2) = 11.$$

$$36. \text{ a) } \log_3 x = 4 \log_3 a + 7 \log_3 b$$

$$= \log_3 a^4 + \log_3 b^7 = \log_3 (a^4 b^7) \Rightarrow x = a^4 b^7.$$

$$\text{ b) } \log_5 x = 2 \log_5 a - 3 \log_5 b = \log_5 \frac{a^2}{b^3} \Rightarrow x = \frac{a^2}{b^3}.$$

$$37. \text{ a) } \log_{\sqrt{3}} 50 = \log_{\frac{1}{3^2}} 50 = 2 \log_3 50 = 2 \log_3 10 + 2 \log_3 5$$

$$= 2 \log_3 10 + 2 \log_3 \frac{15}{3} = 2 \log_3 10 + 2(\log_3 15 - 1)$$

$$= 2\beta + 2(\alpha - 1) = 2\alpha + 2\beta - 2.$$

$$\text{ b) } \log_4 1250 = \frac{1}{2} \log_2 (5^4 \cdot 2) = 2 \log_2 5 + \frac{1}{2} = 2\alpha + \frac{1}{2}.$$

$$38. \text{ a) } \log \frac{1}{8} + \frac{1}{2} \log 4 + 4 \log \sqrt{2} = -\log 8 + \log 2 + \log 4 = -\log 8 + \log 8 = 0.$$

$$\text{ b) } \log \frac{4}{9} + \frac{1}{2} \log 36 + \frac{3}{2} \log \frac{9}{2} = \log \left(\frac{4}{9} \cdot 6 \cdot \sqrt{\left(\frac{9}{2}\right)^3} \right) = \log \left(\frac{4}{9} \cdot 6 \cdot \frac{3^3}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}} \right)$$

$$= \log \left(\frac{4}{9} \cdot 3^4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \log(18\sqrt{2}).$$

$$\text{ c) } \log 72 - 2 \log \frac{27}{256} + \log \sqrt{108} = \log(2^3 \cdot 3^2) - \log \frac{3^6}{2^{16}} + \log \sqrt{2^2 \cdot 3^3}$$

$$= \log \left(2^3 \cdot 3^2 \cdot \frac{2^{16}}{3^6} \cdot 2 \cdot 3^{\frac{3}{2}} \right)$$

$$= \log \left(2^{20} \cdot 3^{\frac{5}{2}} \right) = 20 \log 2 - \frac{5}{2} \log 3.$$

Vậy sau khoảng 4 năm 6 tháng (4 năm 2 quý), người gửi sẽ có ít nhất 20 triệu đồng từ số vốn 15 triệu đồng ban đầu (vì hết quý thứ hai, người gửi mới được nhận lãi của quý đó).

$$\begin{aligned}
\text{d) } & \log \frac{1}{8} - \log 0,375 + 2 \log \sqrt{0,5625} \\
& = \log 2^{-3} - \log(0,5^3 \cdot 3) + 2 \log \sqrt{0,5^4 \cdot 3^2} \\
& = \log 2^{-3} - \log 2^{-3} - \log 3 + 2 \log 2^{-2} + 2 \log 3 \\
& = \log 2^{-4} + \log 3 = \log \frac{3}{16}.
\end{aligned}$$

39. a) $\log_x 27 = 3 \Leftrightarrow x^3 = 27 = 3^3 \Leftrightarrow x = 3.$

b) $\log_x \frac{1}{7} = -1 \Leftrightarrow x^{-1} = \frac{1}{7} = 7^{-1} \Leftrightarrow x = 7.$

c) $\log_x \sqrt{5} = -4 \Leftrightarrow x^{-4} = \sqrt{5} \Leftrightarrow x = (\sqrt{5})^{-\frac{1}{4}} = 5^{-\frac{1}{8}}.$

40. $M_{31} = 2^{31} - 1$ và số các chữ số của M_{31} khi viết trong hệ thập phân bằng số các chữ số của 2^{31} nên số các chữ số của M_{31} là

$$[31 \cdot \log 2] + 1 = [9,3] + 1 = 10.$$

Tương tự, số các chữ số của $M_{127} = 2^{127} - 1$ khi viết trong hệ thập phân là

$$[127 \cdot \log 2] + 1 = 38 + 1 = 39.$$

Số các chữ số của $M_{1398269}$ khi viết trong hệ thập phân là

$$[198269 \cdot \log 2] + 1 = 420921.$$

41. Số tiền cả vốn lẫn lãi người gửi sẽ có sau n quý là

$$S = 15(1 + 0,0165)^n = 15 \cdot 1,0165^n \text{ (triệu đồng).}$$

Từ đó $\log S = \log 15 + n \log 1,0165$, hay

$$n = \frac{\log S - \log 15}{\log 1,0165}.$$

Để có được số tiền 20 triệu đồng thì phải sau một thời gian là

$$n = \frac{\log 20 - \log 15}{\log 1,0165} \approx 17,58 \text{ (quý).}$$