CHƯƠNG 1 HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

A – KIẾN THỨC CẦN NHỚ

I – CÁC HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

1) Tập xác định của các hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ là $\mathbb{R}$. Tập giá trị của chúng là $[-1 ; 1]$.

   Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là $\mathcal{D}_1 = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$, của hàm số $y = \cot x$ là $\mathcal{D}_2 = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. Tập giá trị của chúng là $\mathbb{R}$.

2) Hàm số $y = \sin x$ là hàm số lẻ, hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn. Các hàm số $y = \tan x$, và $y = \cot x$ là hàm số lẻ.

3) Hàm số $f : \mathcal{D} \to \mathbb{R}$ là hàm số tuần hoàn nếu có số $T \neq 0$ sao cho :

   $\forall x \in \mathcal{D}, x + T \in \mathcal{D}, x - T \in \mathcal{D}$ và $f(x + T) = f(x)$.

   Số T dương nhỏ nhất thoả mãn điều kiện đó, là chu kì của hàm số f.

   Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì 2π.

   Các hàm số $y = \tan x$, $y = \cot x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì π.

II – CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

1) *Công thức lượng giác cơ bản*

   $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$; $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$; $\cot x = \dfrac{\cos x}{\sin x}$.

   $1 + \tan^2 x = \dfrac{1}{\cos^2 x}$; $1 + \cot^2 x = \dfrac{1}{\sin^2 x}$.

2) *Công thức cộng*

$$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$$
$$\sin(x-y) = \sin x\cos y - \cos x\sin y$$
$$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$$
$$\cos(x-y) = \cos x\cos y + \sin x\sin y$$
$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x\tan y}$$
$$\tan(x-y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x\tan y}.$$

3) *Công thức nhân đôi*

$\sin 2x = 2\sin x\cos x$; $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$;

$\tan 2x = \dfrac{2\tan x}{1 - \tan^2 x}$.

4) *Công thức hạ bậc*

$\sin^2 x = \dfrac{1 - \cos 2x}{2}$; $\cos^2 x = \dfrac{1 + \cos 2x}{2}$.

5) *Công thức biến đổi tích thành tổng*

$\sin x\sin y = -\dfrac{1}{2}[\cos(x+y) - \cos(x-y)]$;

$\sin x\cos y = \dfrac{1}{2}[\sin(x+y) + \sin(x-y)]$;

$\cos x\cos y = \dfrac{1}{2}[\cos(x+y) + \cos(x-y)]$.

6) *Công thức biến đổi tổng thành tích*

$\sin x + \sin y = 2\sin\dfrac{x+y}{2}\cos\dfrac{x-y}{2}$; $\sin x - \sin y = 2\cos\dfrac{x+y}{2}\sin\dfrac{x-y}{2}$;

$\cos x + \cos y = 2\cos\dfrac{x+y}{2}\cos\dfrac{x-y}{2}$; $\cos x - \cos y = -2\sin\dfrac{x+y}{2}\sin\dfrac{x-y}{2}$.

7) *Đưa biểu thức* $a\sin x + b\cos x$ $(a^2 + b^2 \neq 0)$ *về dạng* $C\sin(x+\alpha)$:

$C = \sqrt{a^2 + b^2}$, α là số sao cho $\cos\alpha = \dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$, $\sin\alpha = \dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

III – PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

• Các phương trình $\sin x = m$ và $\cos x = m$ vô nghiệm khi $|m| > 1$ và có vô số nghiệm khi $|m| \le 1$.

• $\sin x = m \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{array}\right.$

với $|m| \le 1$ và $\sin\alpha = m$ (có thể lấy $\alpha = \arcsin m$).

• $\cos x = m \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{array}\right.$

với $|m| \le 1$ và $\cos\alpha = m$ (có thể lấy $\alpha = \arccos m$).

• $\tan x = m \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi$, với $\tan\alpha = m$ (có thể lấy $\alpha = \arctan m$).

• $\cot x = m \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi$, với $\cot\alpha = m$ (có thể lấy $\alpha = \text{arccot} m$).

IV – CÁCH GIẢI MỘT SỐ DẠNG PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC ĐƠN GIẢN

Dạng của phương trình	**Cách giải**
Phương trình bậc nhất hoặc bậc hai đối với $f(x)$, trong đó $f(x)$ là một biểu thức lượng giác nào đó.	Đặt ẩn phụ $t = f(x)$.
Phương trình bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$ $a\sin x + b\cos x = c$ $(a^2 + b^2 \ne 0)$.	Biến đổi vế trái về dạng $C\sin(x + \alpha)$ hoặc $C\cos(x + \beta)$.
Phương trình thuần nhất bậc hai đối với $\sin x$ và $\cos x$ $a\sin^2 x + b\sin x\cos x + c\cos^2 x = 0.$ $(a^2 + b^2 + c^2 \ne 0)$	Chia hai vế cho $\cos^2 x$ (với $\cos x \ne 0$) hoặc chia hai vế cho $\sin^2 x$ (với $\sin x \ne 0$).
Phương trình dạng $a\sin^2 x + b\sin x\cos x + c\cos^2 x = d.$ $(a^2 + b^2 + c^2 \ne 0)$	Viết $d = d(\sin^2 x + \cos^2 x)$ rồi đưa về dạng phương trình thuần nhất bậc hai đối với $\sin x$ và $\cos x$.