CHƯƠNG 2 TỔ HỢP VÀ XÁC SUẤT

A – KIẾN THỨC CẦN NHỚ

TỔ HỢP

- Quy tắc cộng : Giả sử một công việc có thể được thực hiện theo một trong k phương án $A_1, A_2, ..., A_k$. Có n_1 cách thực hiện phương án A_1, n_2 cách thực hiện phương án A_2,..., và có n_k cách thực hiện phương án A_k. Khi đó công việc có thể được thực hiện bởi $n_1 + n_2 + \cdots + n_k$ cách.

- Quy tắc nhân : Giả sử một công việc nào đó bao gồm k công đoạn $A_1, A_2, ..., A_k$. Công đoạn A_1 có thể thực hiện theo n_1 cách, công đoạn A_2 có thể thực hiện theo n_2 cách, ..., công đoạn A_k có thể thực hiện theo n_k cách. Khi đó công việc có thể thực hiện theo $n_1 n_2 \ldots n_k$ cách.

- Cho tập hợp A có n phần tử. Khi sắp xếp n phần tử này theo một thứ tự ta được *một hoán vị của tập A.* Số các hoán vị của một tập hợp có n phần tử được kí hiệu là P_n và bằng $n!$.

- Cho tập hợp A gồm n phần tử và k là một số nguyên dương với $1 \le k \le n$. Khi lấy ra một tập con gồm k phần tử của A và sắp xếp chúng theo một thứ tự, ta được một *chỉnh hợp chập k của n phần tử của* A (gọi tắt là một chỉnh hợp chập k của A).

  Số chỉnh hợp chập k của một tập hợp n phần tử được kí hiệu là A_n^k.

  Với quy ước $\mathrm{A}_n^0 = 1$ và $0! = 1$ ta có

  $$\mathrm{A}_n^k = n(n-1)...(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!} \ (0 \le k \le n).$$

- Cho tập A có n phần tử và số tự nhiên k với $0 \le k \le n$. Một tập con của A có k phần tử được gọi là *một tổ hợp chập k của n phần tử của A* (gọi tắt là một tổ hợp chập k của A).

  Số các tổ hợp chập k của một tập hợp có n phần tử, kí hiệu là C_n^k, được cho bởi công thức

$$\mathrm{C}_n^k = \frac{\mathrm{A}_n^k}{k!} = \frac{n(n-1)(n-2)...(n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

- Các số ở hàng thứ n trong tam giác Pa-xcan chính là dãy gồm $n + 1$ số sau :

$$\mathrm{C}_n^0, \mathrm{C}_n^1, \mathrm{C}_n^2, ..., \mathrm{C}_n^{n-1}, \mathrm{C}_n^n.$$

- Công thức khai triển nhị thức Niu-tơn

$$(a+b)^n = \mathrm{C}_n^0 a^n + \mathrm{C}_n^1 a^{n-1}b + ... + \mathrm{C}_n^{n-1} ab^{n-1} + \mathrm{C}_n^n b^n = \sum_{k=0}^{n} \mathrm{C}_n^k a^{n-k} b^k.$$

XÁC SUẤT

- Tập hợp tất cả các kết quả có thể của phép thử T được gọi là không gian mẫu (của phép thử T) và được kí hiệu bởi Ω.
- Một *biến cố A* liên quan tới phép thử T được mô tả bởi một tập con Ω_A nào đó của không gian mẫu. Biến cố A xảy ra khi và chỉ khi kết quả của T thuộc tập Ω_A. Mỗi phần tử của Ω_A được gọi là một kết quả thuận lợi cho A.
- Hai biến cố A và B được gọi là *xung khắc* nếu biến cố này xảy ra thì biến cố kia không xảy ra. Nói cách khác, A và B xung khắc nếu A và B không bao giờ đồng thời xảy ra.
- Hai biến cố A và B được gọi là *độc lập* nếu việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không làm ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của biến cố kia.
- Giả sử phép thử T có không gian mẫu là Ω và các kết quả của T là đồng khả năng. Nếu A là một biến cố và $\Omega_A \subset \Omega$ là tập hợp mô tả A thì *xác suất* của A được xác định bởi công thức

$$\mathrm{P}(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}.$$

Trong đó kí hiệu $|X|$ là số phần tử của tập hợp X (người ta còn dùng $n(X)$ để thay cho $|X|$).

- Nếu $A_1, A_2, ..., A_k$ là các biến cố đôi một xung khắc thì

$$P(A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_k) = P(A_1) + P(A_2) + ... + P(A_k).$$

- Nếu $\overline{A}$ là biến cố đối của biến cố A (tức là biến cố "không xảy ra A") thì $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$.

Nếu $A_1, A_2, ..., A_k$ là các biến cố độc lập thì

$$P(A_1 A_2 ... A_k) = P(A_1)P(A_2)...P(A_k).$$

- Cho X là biến ngẫu nhiên rời rạc với tập giá trị là $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$.

– *Kì vọng* của X, kí hiệu là E(X), là một số được tính theo công thức

$$E(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \cdots + x_n p_n = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i,$$

ở đó $p_i = P(X = x_i)$, (i = 1, 2,..., n).

– *Phương sai* của X, kí hiệu là V(X), là một số không âm được tính theo công thức

$$V(X) = (x_1 - \mu)^2 p_1 + (x_2 - \mu)^2 p_2 + \cdots + (x_n - \mu)^2 p_n = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2 p_i$$

hoặc $$V(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 p_i - \mu^2,$$

ở đó $p_i = P(X = x_i)$, (i = 1, 2,..., n) ; $\mu = E(X)$.

– Căn bậc hai số học của phương sai của X được gọi là *độ lệch chuẩn* của X, kí hiệu là $\sigma(X)$.

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}.$$