

§1. KHÁI NIỆM ĐẠO HÀM

5.1. Cho hàm số

$$y = \sqrt[3]{x}.$$

Chứng minh rằng $y'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$ ($x \neq 0$).

5.2. Cho parabol (\mathcal{P}) có phương trình

$$y = x^2.$$

Tìm hệ số góc của tiếp tuyến của parabol (\mathcal{P})

a) Tại điểm $(-2; 4)$;

b) Tại giao điểm của (\mathcal{P}) với đường thẳng $y = 3x - 2$.

(*) Ở đây ta xem $u = u(x)$ và $n \in \mathbf{N}$, $n \geq 2$. Đặc biệt nếu $u = C$ (C là hằng số) thì $u' = 0$ và nếu $u = x$ thì $u' = 1$.

5.3. Cho hàm số

$$f(x) = x^3 \quad (\mathcal{C}).$$

- Tại những điểm nào của (\mathcal{C}) thì tiếp tuyến của (\mathcal{C}) có hệ số góc bằng 1.
- Liệu có tiếp tuyến nào của (\mathcal{C}) mà tiếp tuyến đó có hệ số góc âm ?

5.4. Cho parabol (\mathcal{P}) có phương trình

$$y = f(x) = kx^2 \quad (k \text{ là hằng số khác } 0)$$

và A là một điểm thuộc (\mathcal{P}) có hoành độ là $a \neq 0$.

Hãy xác định các tọa độ giao điểm của trục Ox với tiếp tuyến tại A của (\mathcal{P}) . Từ đó hãy suy ra một cách đơn giản để vẽ tiếp tuyến này.

5.5. Cho hàm số

$$f(x) = \sqrt{|x|^3}.$$

Tính $f'(0)$ nếu có.

5.6. Xét tính liên tục, sự tồn tại đạo hàm và tính đạo hàm nếu có của các hàm số sau đây trên \mathbb{R}

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} x^2 - x + 2 & \text{khi } x \leq 2 \\ \frac{1}{x-1} & \text{khi } x > 2; \end{cases}$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} x^2 + x & \text{khi } x < 1 \\ \frac{2}{x} & \text{khi } x \geq 1; \end{cases}$$

$$\text{c) } f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{khi } x \leq 0 \\ -x^3 + 1 & \text{khi } x > 0. \end{cases}$$

5.7. Một viên đạn được bắn lên trời từ một vị trí cách mặt đất 1000m theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu $v_0 = 245\text{m/s}$ (bỏ qua sức cản của không khí).

- Tìm thời điểm t_0 tại đó viên đạn đạt độ cao lớn nhất và sẽ bắt đầu rơi. Khi đó viên đạn cách mặt đất bao nhiêu mét ?
- Sau bao nhiêu giây (kể từ lúc bắn), viên đạn rơi xuống đến mặt đất ?