

## §1. PHƯƠNG PHÁP QUY NẠP TOÁN HỌC

3.1. Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương  $n$ , ta luôn có các đẳng thức sau :

$$1.2 + 2.5 + \dots + n.(3n - 1) = n^2(n + 1).$$

3.2. Cho số thực  $x \neq k2\pi$ . Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương  $n$ , ta luôn có

$$1 + \cos x + \cos 2x + \dots + \cos nx = \frac{\sin \frac{(n+1)x}{2} \cos \frac{nx}{2}}{\sin \frac{x}{2}}.$$

85

3.3. Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương  $n$ , ta luôn có các bất đẳng thức sau :

a)  $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{3n+1} > 1$  ;

b)  $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \dots \frac{2n+1}{2n+2} < \frac{1}{\sqrt{3n+4}}$ .

3.4. Cho  $n$  là một số nguyên dương. Chứng minh rằng

a)  $n(2n^2 - 3n + 1)$  chia hết cho 6.

b)  $11^{n+1} + 12^{2n-1}$  chia hết cho 133.

3.5. Cho số nguyên dương  $n$  và cho  $n$  số thực dương  $x_1, x_2, \dots, x_n$  thoả mãn điều kiện  $x_1 x_2 \dots x_n = 1$ . Chứng minh rằng  $x_1 + x_2 + \dots + x_n \geq n$ .

3.6. Chứng minh rằng với mọi số nguyên  $n \geq 2$ , ta luôn có các bất đẳng thức sau :

a)  $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} > \sqrt{n}$  ;

b)  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2^n - 1} < n$ .

3.7. Cho số nguyên  $n \geq 2$  và cho  $n$  số thực  $a_1, a_2, \dots, a_n$  thuộc khoảng  $(0 ; 1)$ . Chứng minh rằng

$$(1 - a_1)(1 - a_2) \dots (1 - a_n) > 1 - a_1 - a_2 - \dots - a_n.$$