

§3. CẤP SỐ CỘNG

3.30. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 6$.

- Hãy tìm công sai d của cấp số cộng đã cho.
- Tính u_3, u_4, u_5 và u_6 .

90

3.40. Cho cấp số cộng (u_n) và cho các số nguyên dương m, k với $m < k$. Chứng minh rằng

$$u_k = \frac{u_{k-m} + u_{k+m}}{2}.$$

Áp dụng. Hãy tìm một cấp số cộng có 7 số hạng mà số hạng thứ ba bằng 2 và tổng của số hạng đầu và số hạng cuối bằng 10.

3.41. Hãy tính các tổng sau đây :

- Tổng tất cả các số hạng của một cấp số cộng có số hạng đầu bằng 102, số hạng thứ hai bằng 105 và số hạng cuối bằng 999.
- Tổng tất cả các số hạng của một cấp số cộng có số hạng đầu bằng $\frac{1}{3}$, số hạng thứ hai bằng $-\frac{1}{3}$ và số hạng cuối bằng - 2007.

3.42. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 + u_{19} = 90$. Hãy tính tổng 23 số hạng đầu tiên của (u_n) .

3.43. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 + u_5 = 42$ và $u_4 + u_9 = 66$. Hãy tính tổng 346 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

3.44. Cho cấp số cộng tăng (u_n) có $u_1^3 + u_{15}^3 = 302\,094$ và tổng 15 số hạng đầu tiên bằng 585. Hãy tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng đó.

3.31. Trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số cộng ? Hãy xác định công sai của cấp số cộng đó.

- a) Dãy số (a_n) xác định bởi $a_1 = 1$ và $a_{n+1} = 3 + a_n$ với mọi $n \geq 1$;
- b) Dãy số (b_n) xác định bởi $b_1 = 3$ và $b_{n+1} = b_n - n$ với mọi $n \geq 1$;
- c) Dãy số (c_n) mà $c_{n+1} = c_n + 2$ với mọi $n \geq 1$.

3.32. Trong mặt phẳng toạ độ, cho đồ thị (\mathcal{C}) của hàm số $y = 3x - 2$.

Với mỗi số nguyên dương n , gọi A_n là giao điểm của đồ thị (\mathcal{C}) và đường thẳng $x = n$.

Xét dãy số (u_n) với u_n là tung độ của điểm A_n . Chứng minh rằng dãy số (u_n) là một cấp số cộng. Hãy xác định số hạng đầu và công sai của cấp số cộng đó.

3.33. Xét dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = a$ và $u_{n+1} = 5 - u_n$ với mọi $n \geq 1$, trong đó a là một số thực.

Hãy xác định tất cả các giá trị của a để dãy số (u_n) là một cấp số cộng.

3.34. Cho một cấp số cộng có 5 số hạng. Biết rằng số hạng thứ hai bằng 3 và số hạng thứ tư bằng 7. Hãy tìm các số hạng còn lại của cấp số cộng đó.

3.35. Một cấp số cộng có 7 số hạng mà tổng của số hạng thứ ba và số hạng thứ năm bằng 28, tổng của số hạng thứ năm và số hạng cuối bằng 140. Hãy tìm cấp số cộng đó.

3.36. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = -3$.

Trên mặt phẳng toạ độ, lấy các điểm A_1, A_2, \dots sao cho với mỗi số nguyên dương n , điểm A_n có toạ độ là (n, u_n) . Chứng minh rằng tất cả các điểm A_n , $n = 1, 2, 3, \dots$, cùng nằm trên một đường thẳng. Hãy cho biết phương trình của đường thẳng đó.

3.37. Cho một cấp số cộng có 7 số hạng với công sai dương và số hạng thứ tư bằng 11. Hãy tìm các số hạng còn lại của cấp số cộng đó, biết rằng hiệu của số hạng thứ ba và số hạng thứ năm bằng 6.

3.38. Cấp số cộng (u_n) có $u_{17} - u_{20} = 9$ và $u_{17}^2 + u_{20}^2 = 153$. Hãy tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng đó.

3.39. Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d > 0$, $u_{31} + u_{34} = 11$ và $(u_{31})^2 + (u_{34})^2 = 101$. Hãy tìm số hạng tổng quát của cấp số cộng đó.