

§8. HÀM SỐ LIÊN TỤC

4.60. Xét tính liên tục của các hàm số sau tại điểm cho trước :

- a) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4 & \text{với } x < 2 \\ 2x + 1 & \text{với } x \geq 2 \end{cases}$ tại điểm $x = 2$;
- b) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x + 2} & \text{với } x \neq -2 \\ -4 & \text{với } x = -2 \end{cases}$ tại điểm $x = -2$;
- c) $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{với } x < 0, \\ 1 - \sqrt{x} & \text{với } x \geq 0 \end{cases}$ tại điểm $x = 0$;
- d) $f(x) = \begin{cases} 4 - 3x^2 & \text{với } x \leq -2 \\ x^3 & \text{với } x > -2 \end{cases}$ tại điểm $x = -2$.

4.61. Tìm các khoảng và nửa khoảng trên đó mỗi hàm số sau đây liên tục :

- a) $f(x) = \frac{x+1}{x^2 + 7x + 10}$; b) $f(x) = \sqrt{3x-2}$;
 c) $f(x) = x^2 + 2\sqrt{x} - 3$; d) $f(x) = (x+1)\sin x$.

4.62. Tìm số thực a sao cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{với } x < 1, \\ 2ax - 3 & \text{với } x \geq 1 \end{cases}$$

liên tục trên \mathbb{R} .

4.63. Cho hàm số $f : [0;1] \rightarrow [0;1]$ liên tục. Chứng minh rằng tồn tại ít nhất một số thực $c \in [0;1]$ sao cho $f(c) = c$.

4.64. Tìm các giới hạn sau :

a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 - 1}{x^2 + 11x + 10};$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x-2)^3 + 8}{x};$

c) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x+1}{(x+3)(x^3+27)};$

d) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 + 2x - 8}{\sqrt{x^2 - 2x}}.$

4.65. Tìm các giới hạn sau :

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 - \sqrt{2x+5}}{\sqrt{x+2} - 2};$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x^2 + 5} - \sqrt{3x^2 + 4x + 1}}{x^2 + 5x - 14};$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{3x^2 + 1} + x\sqrt{3});$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 - 2x) \sqrt{\frac{3x-1}{x^3+1}}.$

4.66. Tìm số thực a sao cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} a^2 x^2 & \text{với } x \leq 2, \\ (1-a)x & \text{với } x > 2 \end{cases}$$

liên tục trên \mathbb{R} .

4.67. Chứng minh rằng phương trình

$$x^3 + 1000x^2 + 0,1 = 0$$

có ít nhất một nghiệm âm.