

## BÀI TẬP ÔN TẬP CHƯƠNG III

### CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Trong các bài từ 3.64 đến 3.67, hãy chọn phương án đúng trong các phương án đã cho

**3.64.** Cho dãy số  $(a_n)$  xác định bởi

$$a_1 = 321 \text{ và } a_n = a_{n-1} - 3 \text{ với mọi } n = 2, 3, 4, \dots$$

Tổng 125 số hạng đầu tiên của dãy số  $(a_n)$  là :

- (A) 16 875 ; (B) 63 375 ;  
(C) 63 562,5 ; (D) 16 687,5.

**3.65.** Cho dãy số  $(x_n)$  xác định bởi

$$x_1 = 12 \text{ và } x_n = \frac{x_{n-1}}{3} \text{ với mọi } n = 2, 3, 4, \dots$$

Tổng 15 số hạng đầu tiên của dãy số đã cho là :

- (A)  $\frac{28697812}{1594323}$  ; (B)  $\frac{28697813}{1594323}$  ;  
(C)  $\frac{7174453}{398581}$  ; (D)  $\frac{28697813}{1594324}$ .

**3.66.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 123$  và  $u_3 - u_{15} = 84$ . Số hạng  $u_{17}$  là :

- (A) 242 ; (B) 235 ;  
(C) 11 ; (D) 4.

**3.67.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 24$  và  $\frac{u_4}{u_{11}} = 16384$ . Số hạng  $u_{17}$  là :

- (A)  $\frac{3}{67108864}$  ; (B)  $\frac{3}{268435456}$  ;  
(C)  $\frac{3}{536870912}$  ; (D)  $\frac{3}{2147483648}$ .

## CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP TỰ LUẬN

**3.68.** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi

$$u_1 = \frac{1}{3} \text{ và } u_{n+1} = 4u_n + 7 \text{ với mọi } n \geq 1.$$

a) Hãy tính  $u_2, u_3, u_4, u_5$  và  $u_6$ .

b) Chứng minh rằng  $u_n = \frac{2^{2n+1} - 7}{3}$  với mọi  $n \geq 1$ .

**3.69.** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \cos(3n+1)\frac{\pi}{6}$ .

a) Chứng minh rằng  $u_n = u_{n+4}$  với mọi  $n \geq 1$ .

b) Hãy tính tổng 27 số hạng đầu tiên của dãy số đã cho.

**3.70.** Hãy xét tính đơn điệu của các dãy số sau :

a) Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 2n + \frac{1}{5^n}$  ;

b) Dãy số  $(v_n)$  với  $v_n = \frac{2^n \cdot \sqrt{n}}{3^n}$ .

**3.71.** Cho dãy số  $(u_n)$  mà tổng  $n$  số hạng đầu tiên của nó, kí hiệu là  $S_n$ , được tính theo công thức sau :

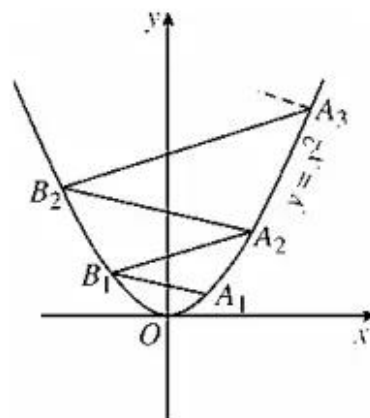
$$S_n = \frac{n(7-3n)}{2}.$$

a) Hãy tính  $u_1, u_2$  và  $u_3$ .

b) Hãy xác định số hạng tổng quát của dãy số  $(u_n)$ .

c) Chứng minh rằng dãy số  $(u_n)$  là một cấp số cộng. Hãy xác định công sai của cấp số cộng đó.

**3.72.** Trong mặt phẳng tọa độ, trên parabol  $y = x^2$  lấy dãy các điểm  $(A_n)$  và  $(B_n)$  sao cho điểm  $A_1$  có hoành độ dương và với mỗi số nguyên dương  $n$ , đường thẳng  $A_n B_n$  có hệ số góc bằng  $-\frac{1}{5}$  và đường thẳng  $B_n A_{n+1}$  có hệ số góc bằng  $\frac{1}{4}$ . (h.3.2).



Hình 3.2

Với mỗi số nguyên dương  $n$ , kí hiệu  $a_n$  và  $b_n$  tương ứng là hoành độ của  $A_n$  và  $B_n$ .

Chứng minh rằng các dãy số  $(a_n)$  và  $(b_n)$  là các cấp số cộng. Hãy xác định công sai và số hạng tổng quát của mỗi cấp số cộng đó.

**3.73.** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $u_1 = 1$  và  $u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + 2}$  với mọi  $n \geq 1$ .

a) Chứng minh rằng dãy số  $(v_n)$ , mà  $v_n = u_n^2$  với mọi  $n \geq 1$ , là một cấp số cộng. Hãy xác định số hạng đầu và công sai của cấp số cộng đó.

b) Hãy xác định số hạng tổng quát của dãy số  $(u_n)$ .

c) Tính tổng  $S = u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \dots + u_{1001}^2$ .

**3.74.** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi

$$u_1 = 1 \text{ và } u_{n+1} = u_n + n \text{ với mọi } n \geq 1.$$

Xét dãy số  $(v_n)$ , mà  $v_n = u_{n+1} - u_n$  với mọi  $n \geq 1$ .

a) Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương  $N$ , tổng  $N$  số hạng đầu tiên của dãy số  $(v_n)$  bằng  $u_{N+1} - u_1$ .

b) Chứng minh rằng dãy số  $(v_n)$  là một cấp số cộng. Hãy xác định số hạng đầu và công sai của cấp số cộng đó.

**3.75.** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi

$$u_1 = 1 \text{ và } u_{n+1} = u_n + 2n - 1 \text{ với mọi } n \geq 1.$$

Xét dãy số  $(v_n)$ , mà  $v_n = u_{n+1} - u_n$  với mọi  $n \geq 1$ .

a) Chứng minh rằng dãy số  $(v_n)$  là một cấp số cộng. Hãy xác định số hạng đầu và công sai của cấp số cộng đó.

b) Cho số nguyên dương  $N$ , hãy tính tổng  $N$  số hạng đầu tiên của dãy số  $(v_n)$  theo  $N$ . Từ đó, hãy suy ra số hạng tổng quát của dãy số  $(u_n)$ .

**3.76.** Cho dãy số  $(u_n)$  mà tổng  $n$  số hạng đầu tiên của nó (kí hiệu là  $S_n$ ) được tính theo công thức sau :

$$S_n = \frac{3^n - 1}{3^n - 1}.$$

a) Hãy tính  $u_1, u_2$  và  $u_3$ .

b) Hãy xác định số hạng tổng quát của dãy số  $(u_n)$ .

c) Chứng minh rằng dãy số  $(u_n)$  là một cấp số nhân. Hãy xác định công bội của cấp số nhân đó.

**3.77.** Trong mặt phẳng toạ độ, cho các đường thẳng  $(d_1)$  và  $(d_2)$  tương ứng là đồ thị của các hàm số  $y = 2x - 1$  và  $y = x$ .

Xây dựng dãy các điểm  $(A_n)$  nằm trên  $(d_1)$  và dãy các điểm  $(B_n)$  nằm trên  $(d_2)$  theo cách sau (h.3.3) :

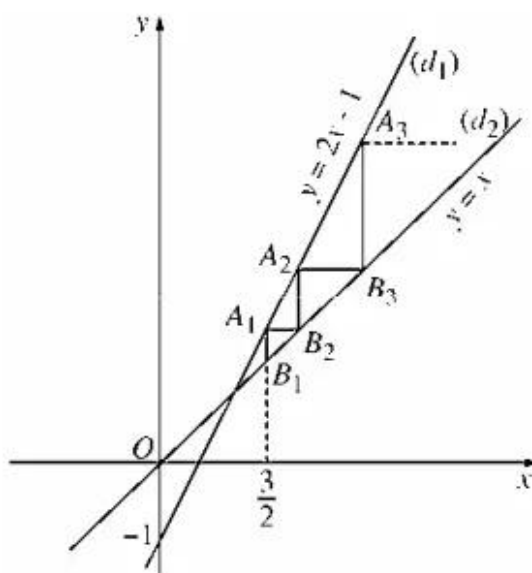
- $A_1$  và  $B_1$  tương ứng là giao điểm của đường thẳng  $x = \frac{3}{2}$  với  $(d_1)$  và  $(d_2)$  ;

- Với mỗi số nguyên  $n \geq 2$ ,  $B_n$  là giao điểm của  $(d_2)$  với đường thẳng đi qua  $A_{n-1}$  và song song với trục hoành,  $A_n$  là giao điểm của  $(d_1)$  với đường thẳng đi qua  $B_n$  và song song với trục tung.

Với mỗi số nguyên dương  $n$ , kí hiệu  $u_n$  là hoành độ của điểm  $A_n$  và  $h_n$  là độ dài của đoạn thẳng  $A_n B_n$ .

a) Chứng minh rằng dãy số  $(h_n)$  là một cấp số nhân. Hãy xác định số hạng đầu và công bội của cấp số nhân đó.

b) Dựa vào kết quả phần a), hãy xác định số hạng tổng quát của dãy số  $(u_n)$ .



Hình 3.3

**3.78.** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi :

$$u_1 = \frac{1}{3} \text{ và } u_{n+1} = \frac{n+1}{3n} u_n \text{ với mọi } n \geq 1.$$

a) Chứng minh rằng dãy số  $(v_n)$ , mà  $v_n = \frac{u_n}{n}$  với mọi  $n \geq 1$ , là một cấp số nhân. Hãy xác định số hạng đầu và công bội của cấp số nhân đó.

b) Hãy xác định số hạng tổng quát của dãy số  $(u_n)$ .

c) Tính tổng  $S = u_1 + \frac{u_2}{2} + \frac{u_3}{3} + \dots + \frac{u_{11}}{11}$ .

**3.79.** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi

$$u_1 = 1 \text{ và } u_{n+1} = 6u_n - 1 \text{ với mọi } n \geq 1.$$

a) Chứng minh rằng dãy số  $(v_n)$ , mà  $v_n = u_n - \frac{1}{5}$  với mọi  $n \geq 1$ , là một cấp số nhân. Hãy xác định số hạng đầu và công bội của cấp số nhân đó.

b) Hãy xác định số hạng tổng quát của dãy số  $(u_n)$ .

c) Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của dãy số  $(u_n)$ .

**3.80.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có các số hạng khác 0 và

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 49 \cdot \left( \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \frac{1}{u_4} + \frac{1}{u_5} \right) \\ u_1 + u_3 = 35. \end{cases}$$

Hãy tìm  $u_1$ .

**3.81.** Các số  $x + 6y$ ,  $5x + 2y$ ,  $8x + y$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng ;

đồng thời, các số  $x + \frac{5}{3}$ ,  $y - 1$ ,  $2x - 3y$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Hãy tìm  $x$  và  $y$ .

**3.82.** Các số  $x + 5y$ ,  $5x + 2y$ ,  $8x + y$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng ;

đồng thời, các số  $(y - 1)^2$ ,  $xy - 1$ ,  $(x + 2)^2$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Hãy tìm  $x$  và  $y$ .

**3.83.** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{2^n - 5^n}{2^n + 5^n}$ , và cho số nguyên dương  $N$ . Hãy tính

tổng sau :

$$S_N = \frac{1}{u_1 - 1} + \frac{1}{u_2 - 1} + \dots + \frac{1}{u_N - 1}.$$