

BÀI TẬP ÔN TẬP CHƯƠNG IV

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Trong các bài từ 4.68 đến 4.71, hãy chọn phương án đúng trong các phương án đã cho

4.68. a) $\lim \left(\frac{n^2 - n}{1 - 2n^2} + \frac{2 \sin n^2}{\sqrt{n}} \right)$ là

(A) $\frac{1}{2}$;

(B) -1 ;

(C) $-\frac{1}{2}$;

(D) 1 .

b) $\lim \left(\frac{\sqrt{n^2 + 2n}}{3n-1} + \frac{(-1)^n}{3^n} \right)$ là

(A) $-\frac{1}{3}$; (B) $\frac{1}{3}$; (C) $\frac{\sqrt{2}}{3}$; (D) -1 .

c) $\lim(3^4 \cdot 2^{n+1} - 5 \cdot 3^n)$ là

(A) $-\infty$; (B) $+\infty$; (C) $-\frac{2}{3}$; (D) $\frac{-5}{81}$.

d) $\lim \frac{3 - 4^{n+2}}{2^n + 3 \cdot 4^n}$ là

(A) $\frac{4}{3}$; (B) $\frac{16}{3}$; (C) 1 ; (D) $-\frac{16}{3}$.

e) Số thập phân vô hạn tuần hoàn

$$0,17232323\dots$$

được biểu diễn bởi phân số

(A) $\frac{1517}{9900}$; (B) $\frac{153}{990}$; (C) $\frac{164}{990}$; (D) $\frac{1706}{9900}$.

f) Tổng của một cấp số nhân lùi vô hạn là 2, tổng của ba số hạng đầu tiên của nó là $\frac{9}{4}$.

Số hạng đầu của cấp số nhân đó là

(A) 4; (B) 5; (C) 3; (D) $\frac{9}{2}$.

4.69. a) $\lim_{x \rightarrow -3} \sqrt[3]{\frac{x^4 + 27x}{4x^2 - 36}}$ là

(A) $-\frac{3}{2}$; (B) $\frac{3}{4}$; (C) $-\frac{3}{4}$; (D) $\frac{3}{2}$.

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 2x^2 + 1}}{\sqrt{2x^2 + 1}}$ là

(A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; (B) 1; (C) 0; (D) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

c) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 1}{(x^2 + x)(x^3 + 1)}$ là

- (A) $+\infty$; (B) 2; (C) $-\infty$; (D) -2.

d) $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} \frac{x^2 + 13x + 30}{\sqrt{(x+3)(x^2 + 5)}}$ là

- (A) 2; (B) 0; (C) -2; (D) $\frac{2}{\sqrt{15}}$.

e) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{3 - \sqrt{x+2}}{x^2 - 2x - 35}$ là

- (A) $-\frac{1}{72}$; (B) $-\frac{1}{12}$; (C) 0; (D) $\frac{1}{52}$.

f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{5x^2 + 2x + x\sqrt{5}})$ là

- (A) 0; (B) $-\frac{\sqrt{5}}{5}$; (C) $+\infty$; (D) $-\infty$.

4.70. Hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^4 + x}{x^2 + x} & \text{với } x \neq 0 \text{ và } x \neq -1, \\ 3 & \text{với } x = -1, \\ 1 & \text{với } x = 0. \end{cases}$$

- (A) Liên tục tại mọi điểm trừ các điểm x thuộc đoạn $[-1; 0]$;
 (B) Liên tục tại mọi điểm $x \in \mathbb{R}$;
 (C) Liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x = -1$;
 (D) Liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x = 0$.

4.71. Hàm số

$$f(x) = \begin{cases} -x \cos x & \text{với } x < 0, \\ \frac{x^2}{1+x} & \text{với } 0 \leq x < 1, \\ x^3 & \text{với } x \geq 1. \end{cases}$$

- (A) Liên tục tại mọi điểm $x \in \mathbb{R}$;
 (B) Liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x = 0$;
 (C) Liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x = 1$;
 (D) Liên tục tại mọi điểm trừ hai điểm $x = 0$ và $x = 1$;

CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP TỰ LUẬN

4.72. Tìm giới hạn của các dãy số (u_n) với

$$\text{a) } u_n = \sqrt{\frac{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}{(n^2 + n)(n + 2)}} ;$$

$$\text{b) } u_n = \frac{1^3 + 2^3 + \dots + n^3}{\sqrt{n^7 + 3n^4 + 1}} ;$$

$$\text{c) } u_n = \sqrt[3]{n - 2n^3} ;$$

$$\text{d) } u_n = 2^n - 4 \cdot 3^{n+1} ;$$

$$\text{e) } u_n = 100n - 2 \cdot 5^n ;$$

$$\text{f) } u_n = \frac{3^n - 4^{n+1}}{2^{2n} + 10 \cdot 3^n + 7} .$$

4.73. Cho dãy số (u_n) xác định bởi

$$\begin{cases} u_1 = 1, \\ u_{n+1} = \frac{u_n - 4}{u_n + 6}. \end{cases} \quad (1)$$

- a) Chứng minh rằng $u_n \neq -4$ với mọi n .
 b) Gọi (v_n) là dãy số xác định bởi

$$v_n = \frac{u_n + 1}{u_n + 4} .$$

Chứng minh rằng (v_n) là một cấp số nhân. Từ đó tìm giới hạn của dãy (u_n) .

4.74. Cho dãy số (u_n) xác định bởi

$$\begin{cases} u_1 = a, \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 1}{\sqrt{u_n^2 + 1}} - 1 \end{cases} \quad (1)$$

trong đó $-1 < a < 0$.

a) Chứng minh rằng $-1 < u_n < 0$ với mọi n và (u_n) là một dãy số giảm.

b) Chứng minh rằng

$$0 < u_{n+1} + 1 \leq \frac{1}{\sqrt{a^2 + 1}} (u_n + 1) \text{ với mọi } n.$$

c) Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$.

4.75. Cho số thực a và dãy số (u_n) xác định bởi

$$u_1 = a, \quad u_{n+1} = 1 + \frac{u_n}{2}.$$

Tìm $\lim u_n$.

4.76. Tìm các giới hạn sau :

a) $\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{\frac{(x^2 + 1)(1 - 2x)}{x^2 + x + 1}}$;

b) $\lim_{x \rightarrow 11} \sqrt[3]{\frac{x^2 - 9x - 22}{(x - 11)(x^2 - 3x + 16)}}$;

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2x^3 - x^2 + 10}$;

d) $\lim_{x \rightarrow (-4)^-} \left(\frac{2}{x^2 + 3x - 4} - \frac{3}{x + 4} \right)$.

4.77. Tìm các giới hạn sau :

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x - 2} - 2}{x^2 + 7x - 18}$;

b) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt{1 - x}}{x^4 + x}$;

c) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - |x - 1|}{|x - 2| - 2}$;

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 + 8x} - \sqrt{x^2 - x} \right)$.

4.78. a) Chứng minh rằng phương trình

$$x^3 - 10000x^2 - \frac{1}{100} = 0$$

có ít nhất một nghiệm dương.

b) Chứng minh rằng với mọi số thực a, b, c , phương trình

$$x^3 + 2x^2 + bx + c = 0$$

có ít nhất một nghiệm.