

BÀI TẬP ÔN TẬP CHƯƠNG V

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Trong các phương án trả lời trong mỗi câu hỏi (bài tập) từ 5.36 đến 5.39, phương án nào đúng ?

5.36. Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{khi } x > 2 \\ x^2 - 3x & \text{khi } x \leq 2. \end{cases}$$

- (A) Vì 2 là hằng số nên $f'(2) = 0$;
- (B) Với $x \leq 2$ thì $f'(x) = (x^2 - 3x)' = 2x - 3 \Rightarrow f'(2) = 2 \cdot 2 - 3 = 1$;
- (C) Với $x > 2$ thì $f'(x) = (x+1)' = 1 \Rightarrow f'(2) = 1$;
- (D) Hàm số không có đạo hàm tại điểm $x_0 = 2$.

5.37. Cho hàm số

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 2x - 3 \quad (\mathcal{C}).$$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (\mathcal{C}) tại tiếp điểm M có hoành độ bằng 1 là

- (A) $y = (3x^2 - 4x + 2)(x - 1) - 2$;
- (B) $y = 0(x - 1) - 2$;
- (C) $y = (x - 1) - 2$;
- (D) $y = (x - 1) - 3$.

5.38. Cho hàm số

$$f(x) = \sqrt{2x}.$$

- (A) Vì $f(0) = 0$ nên $f'(0) = 0$;
- (B) Vì hàm số $f(x)$ không xác định khi $x < 0$, nên không tồn tại $f'(0)$;
- (C) Vì $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x}}$ nên $f'(0) = +\infty$;
- (D) Vì $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{2x}}{x} = +\infty$ nên $f'(0) = +\infty$.

5.39. Cho hàm số

$$y = \sin^3(1-x).$$

Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có

(A) $f'(x) = \cos^3(1-x)$;

(B) $f'(x) = -\cos^3(1-x)$;

(C) $f'(x) = -3\sin^2(1-x)\cos(1-x)$;

(D) $f'(x) = 3\sin^2(1-x)\cos(1-x)$.

CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP TỰ LUẬN

5.40. Cho biết $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = A$ và $f(0) = 0$. Chứng minh rằng $A = f'(0)$.

5.41. Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{khi } x \leq 0 \\ -x^3 + bx + c & \text{khi } x > 0. \end{cases}$$

a) Tìm điều kiện của b và c để $f(x)$ liên tục tại $x_0 = 0$.

b) Xác định b và c để $f(x)$ có đạo hàm tại $x_0 = 0$ và tính $f'(0)$.

5.42. Giải và biện luận các phương trình sau (m là tham số) :

a) $f'(x) = 0$ biết $f(x) = \frac{mx^4}{4} - (m+2)\frac{x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} - 3x + 1$;

b) $f(x).f'(x) = m$ biết $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x - 8}$.

5.43. Cho hàm số

$$f(x) = \frac{1}{|\cos x|} \left(x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi ; k \in \mathbb{Z} \right).$$

Chứng minh rằng

$$f'(x) = \frac{\tan x}{|\cos x|}.$$

5.44. Tìm a để tồn tại hàm số :

$$f(x) = 4x^3 - 6x^2 \cos 2a + 3x \sin 2a \sin 6a + \sqrt{2a-1-a^2} \quad (a \text{ là hằng số}).$$

Với giá trị của số a đó, hãy xét dấu của $f'\left(\frac{1}{2}\right)$.

5.45. Tìm m để đồ thị hàm số

$$y = 4x^3 - 3x$$

tiếp xúc với đường thẳng $y = mx - 1$.

5.46. Cho các hàm số

$$y = f(x) = \frac{1}{x\sqrt{2}} \quad \text{và} \quad y = g(x) = \frac{x^2}{\sqrt{2}}.$$

Viết phương trình các tiếp tuyến của đồ thị hai hàm số đã cho tại giao điểm của chúng. Tìm góc giữa hai tiếp tuyến kẻ trên.

5.47. Một đoàn tàu hỏa rời ga, chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $0,1\text{m/s}^2$ (bỏ qua sức cản của không khí). Tính vận tốc tức thời tại thời điểm tàu đã đi được đúng 500m.

5.48. a) Chứng minh rằng nếu $P(x)$ là một đa thức bậc ba và α là một số thực bất kì thì ta có

$$P(x+\alpha) = P(\alpha) + xP'(\alpha) + \frac{x^2}{2}P''(\alpha) + \frac{x^3}{6}P'''(\alpha) \quad (\forall x \in \mathbb{R}).$$

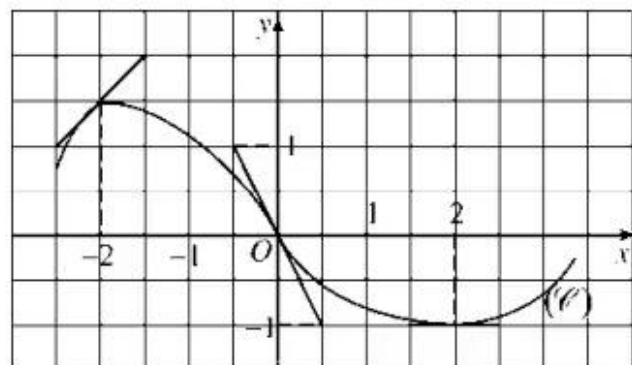
b) Xác định đa thức $P(x)$ bậc ba biết

$$P(0) = P'(0) = P''(0) = P'''(0) = 1.$$

5.49. Gọi (\mathcal{C}) là đồ thị hàm số $y = f(x)$. Căn cứ vào đồ thị (\mathcal{C}) được vẽ trên hình 5.1 ;

a) Hãy xác định $f'(-2)$, $f'(0)$ và $f'(2)$.

b) Hãy cho biết dấu của $f'(x)$ với mọi $x \in (0 ; 2)$.



Hình 5.1

5.50. Chứng minh rằng tiếp tuyến tại điểm bất kì của đồ thị hàm số

$$y = \frac{1}{2}\sqrt{x-4x^2} \quad (\mathcal{C})$$

cắt trục tung tại một điểm cách đều tiếp điểm và gốc tọa độ.

5.51. Gọi (\mathcal{P}) và (\mathcal{P}') lần lượt là đồ thị của hai hàm số

$$y = f(x) = -x^2 - 2x + 1 \quad (\mathcal{P}) \text{ và } y = g(x) = x^2 - 2x + 3 \quad (\mathcal{P}')$$

a) Vẽ các đồ thị của hai hàm số đó trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Viết phương trình của đường thẳng (d) là tiếp tuyến của (\mathcal{P}) tại tiếp điểm A đồng thời cũng là tiếp tuyến của (\mathcal{P}') tại tiếp điểm B (đường thẳng (d) nếu có, được gọi là tiếp tuyến chung của (\mathcal{P}) và (\mathcal{P}')).

5.52. Cho hàm số

$$f(x) = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots + \frac{x^{n+1}}{n+1} \quad (n \in \mathbb{N}).$$

Tìm

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} f'(x); \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 2} f'(x); \quad \text{c) } \lim_{n \rightarrow \infty} f'\left(\frac{1}{2}\right); \quad \text{d) } \lim_{n \rightarrow \infty} f'(3)$$