

# ÔN TẬP CHƯƠNG I

## I - Tóm tắt những kiến thức cần nhớ

1. Phép dời hình là phép biến hình không làm thay đổi khoảng cách giữa hai điểm bất kì, nghĩa là nếu phép dời hình biến hai điểm  $M, N$  lần lượt thành hai điểm  $M', N'$  thì  $M'N' = MN$ .
2. Các tính chất của phép dời hình : biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó, biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó, biến góc thành góc bằng nó, biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.
3. Các phép dời hình cụ thể :
  - a) Phép tịnh tiến  $T_{\vec{u}}$  (theo vectơ  $\vec{u}$ ) biến mỗi điểm  $M$  thành điểm  $M'$  sao cho  $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$ .
  - b) Phép đối xứng trục  $D_d$  (trục là đường thẳng  $d$ ) biến mỗi điểm  $M$  thành điểm  $M'$  đối xứng với  $M$  qua  $d$ .
  - c) Phép quay  $Q_{(O, \varphi)}$  (tâm  $O$ , góc quay  $\varphi$ ) biến  $O$  thành  $O$ , biến mỗi điểm  $M$  khác  $O$  thành điểm  $M'$  sao cho  $OM = OM'$  và góc lượng giác  $(OM, OM')$  bằng  $\varphi$ .
  - d) Phép đối xứng tâm  $D_O$  (tâm là điểm  $O$ ) biến mỗi điểm  $M$  thành điểm  $M'$  đối xứng với  $M$  qua  $O$ .
4. Định nghĩa về hai hình bằng nhau : Hai hình gọi là bằng nhau nếu có phép dời hình biến hình này thành hình kia.
5. Phép đồng dạng tỉ số  $k$  ( $k > 0$ ) là phép biến hình biến mỗi cặp điểm  $M, N$  thành cặp điểm  $M', N'$  sao cho  $M'N' = kMN$ .
6. Phép đồng dạng có các tính chất : biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng (và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó), biến đường thẳng

thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng mà độ dài được nhân lên với  $k$  ( $k$  là tỉ số của phép đồng dạng), biến tam giác thành tam giác đồng dạng với tỉ số  $k$ , biến một góc thành góc có cùng số đo, biến đường tròn bán kính  $R$  thành đường tròn có bán kính  $kR$ .

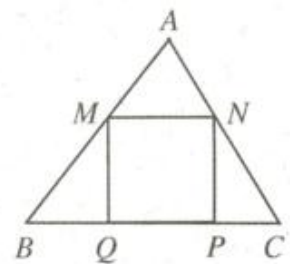
7. Phép vị tự  $V_{(O, k)}$  tâm  $O$  tỉ số  $k$  ( $k \neq 0$ ) biến mỗi điểm  $M$  thành điểm  $M'$  sao cho  $\overrightarrow{OM'} = k\overrightarrow{OM}$ .
8. Các tính chất của phép vị tự : Phép vị tự tâm  $O$  tỉ số  $k$  là một phép đồng dạng tỉ số  $|k|$  nên có các tính chất của phép đồng dạng. Ngoài ra, phép vị tự có tính chất đặc biệt sau : đường thẳng nối một điểm và ảnh của nó luôn luôn đi qua  $O$  ; ảnh  $d'$  của đường thẳng  $d$  luôn song song hoặc trùng với  $d$ .
9. Mỗi phép đồng dạng bao giờ cũng có thể xem là hợp thành của một phép vị tự và một phép dời hình.
10. Định nghĩa về hai hình đồng dạng : Hai hình được gọi là đồng dạng với nhau nếu có phép đồng dạng biến hình này thành hình kia .

## II - Các câu hỏi tự kiểm tra

1. Các khẳng định sau đây có đúng không ?
  - a) Phép đồng nhất là một phép tịnh tiến ;
  - b) Phép đồng nhất là một phép quay ;
  - c) Phép đồng nhất là một phép đối xứng tâm ;
  - d) Phép đối xứng tâm là một phép vị tự ;
  - e) Phép quay là một phép đồng dạng ;
  - f) Phép vị tự là một phép dời hình.
2. Cho hai điểm  $A, B$  phân biệt. Các khẳng định sau đây có đúng không ?
  - a) Có duy nhất một phép đối xứng trục biến  $A$  thành  $B$  ;
  - b) Có duy nhất một phép đối xứng tâm biến  $A$  thành  $B$  ;
  - c) Có duy nhất một phép tịnh tiến biến  $A$  thành  $B$  ;
  - d) Có duy nhất một phép quay biến  $A$  thành  $B$  ;
  - e) Có duy nhất một phép vị tự biến  $A$  thành  $B$ .
3. Hãy chỉ ra một số hình có một trong các tính chất dưới đây :
  - a) Có vô số trục đối xứng ;
  - b) Có vô số tâm đối xứng ;
  - c) Có đúng  $n$  trục đối xứng.

### III - Bài tập

- Cho hai đường tròn  $(O; R)$ ,  $(O'; R')$  và một đường thẳng  $d$ .
  - Tìm hai điểm  $M, N$  lần lượt nằm trên hai đường tròn đó sao cho  $d$  là đường trung trực của đoạn thẳng  $MN$ .
  - Xác định điểm  $I$  trên  $d$  sao cho tiếp tuyến  $IT$  của  $(O; R)$  và tiếp tuyến  $IT'$  của  $(O'; R')$  hợp thành các góc mà  $d$  là một trong các đường phân giác của các góc đó.
- Chứng minh rằng nếu một hình nào đó có hai trục đối xứng vuông góc với nhau thì hình đó có tâm đối xứng.
- Cho đường thẳng  $d$  đi qua hai điểm phân biệt  $P, Q$  và hai điểm  $A, B$  nằm về một phía đối với  $d$ . Hãy xác định trên  $d$  hai điểm  $M, N$  sao cho  $\overline{MN} = \overline{PQ}$  và  $AM + BN$  bé nhất.
- Cho vectơ  $\vec{u}$  và một điểm  $O$ . Với điểm  $M$  bất kì, ta gọi  $M_1$  là điểm đối xứng với  $M$  qua  $O$  và  $M'$  là điểm sao cho  $\overline{M_1M'} = \vec{u}$ . Gọi  $F$  là phép biến hình biến  $M$  thành  $M'$ .
  - $F$  là phép hợp thành của hai phép nào?  $F$  có phải là phép dời hình hay không?
  - Chứng tỏ rằng  $F$  là một phép đối xứng tâm.
- Cho tam giác  $ABC$  nội tiếp trong đường tròn  $(O)$  và một điểm  $M$  thay đổi trên  $(O)$ . Gọi  $M_1$  là điểm đối xứng với  $M$  qua  $A$ ,  $M_2$  là điểm đối xứng với  $M_1$  qua  $B$ ,  $M_3$  là điểm đối xứng với  $M_2$  qua  $C$ .
  - Chứng tỏ rằng phép biến hình  $F$  biến điểm  $M$  thành  $M_3$  là một phép đối xứng tâm.
  - Tìm quỹ tích điểm  $M_3$ .
- Gọi  $F$  là phép biến hình có tính chất sau đây: Với mọi cặp điểm  $M, N$  và ảnh  $M', N'$  của chúng, ta luôn có  $\overline{M'N'} = k\overline{MN}$ , trong đó  $k$  là một số không đổi khác 0. Hãy chứng minh rằng  $F$  là phép tịnh tiến hoặc phép vị tự.
- Cho tam giác  $ABC$  và hình vuông  $MNPQ$  như hình 27. Gọi  $V$  là phép vị tự tâm  $A$  tỉ số  $k = \frac{AB}{AM}$ . Hãy dựng ảnh của hình vuông  $MNPQ$  qua phép vị tự  $V$ .
  - Từ bài toán ở câu a) hãy suy ra cách giải bài toán sau: Cho tam giác nhọn  $ABC$ , hãy dựng hình vuông  $MNPQ$  sao cho hai đỉnh  $P, Q$  nằm trên cạnh  $BC$  và hai đỉnh  $M, N$  lần lượt nằm trên hai cạnh  $AB$  và  $AC$ .



Hình 27

8. Cho đường tròn  $(O)$  có đường kính  $AB$ . Gọi  $C$  là điểm đối xứng với  $A$  qua  $B$  và  $PQ$  là đường kính thay đổi của  $(O)$  khác đường kính  $AB$ . Đường thẳng  $CQ$  cắt  $PA$  và  $PB$  lần lượt tại  $M$  và  $N$ .
- a) Chứng minh rằng  $Q$  là trung điểm của  $CM$ ,  $N$  là trung điểm của  $CQ$ .
- b) Tìm quỹ tích các điểm  $M$  và  $N$  khi đường kính  $PQ$  thay đổi.
9. Cho đường tròn  $(O ; R)$  và điểm  $A$  cố định. Một dây cung  $BC$  thay đổi của  $(O ; R)$  có độ dài không đổi  $BC = m$ . Tìm quỹ tích các điểm  $G$  sao cho  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ .

#### IV. Các câu hỏi trắc nghiệm

1. Cho hai đường thẳng song song  $d$  và  $d'$ . Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến  $d$  thành  $d'$  ?
- (A) Không có phép tịnh tiến nào ;      (B) Có duy nhất một phép tịnh tiến ;  
 (C) Chỉ có hai phép tịnh tiến ;      (D) Có vô số phép tịnh tiến.
2. Cho bốn đường thẳng  $a, b, a', b'$  trong đó  $a \parallel a', b \parallel b', a$  cắt  $b$ . Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến  $a$  và  $b$  lần lượt thành  $a'$  và  $b'$  ?
- (A) Không có phép tịnh tiến nào ;      (B) Có duy nhất một phép tịnh tiến ;  
 (C) Chỉ có hai phép tịnh tiến ;      (D) Có rất nhiều phép tịnh tiến.
3. Cho hai đường thẳng cắt nhau  $d$  và  $d'$ . Có bao nhiêu phép đối xứng trục biến  $d$  thành  $d'$  ?
- (A) Không có phép đối xứng trục nào ;  
 (B) Có duy nhất một phép đối xứng trục ;  
 (C) Chỉ có hai phép đối xứng trục ;  
 (D) Có rất nhiều phép đối xứng trục.
4. Trong các hình sau đây, hình nào có bốn trục đối xứng ?
- (A) Hình bình hành ;      (B) Hình chữ nhật ;  
 (C) Hình thoi ;      (D) Hình vuông.
5. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai ?
- (A) Hình gồm hai đường tròn không bằng nhau có trục đối xứng ;  
 (B) Hình gồm một đường tròn và một đoạn thẳng tùy ý có trục đối xứng ;  
 (C) Hình gồm một đường tròn và một đường thẳng tùy ý có trục đối xứng ;  
 (D) Hình gồm một tam giác cân và đường tròn ngoại tiếp tam giác đó có trục đối xứng.
6. Trong các hình sau đây, hình nào không có tâm đối xứng ?
- (A) Hình gồm một đường tròn và một hình chữ nhật nội tiếp ;



## Bài đọc thêm



### HÌNH TỰ ĐỒNG DẠNG VÀ HÌNH HỌC FRAC-TAN (FRACTAL)

Hình trong mặt phẳng được gọi là *hình tự đồng dạng* nếu mỗi mẫu nhỏ của nó đều chứa một bộ phận đồng dạng với hình đó, tức là khi phóng to bộ phận này theo một tỉ số thích hợp, ta có thể đặt chồng khít lên hình đã cho.

Ví dụ : đoạn thẳng, hình tam giác đều, hình vuông là những hình tự đồng dạng.

Nhiều hình tự đồng dạng được xây dựng bằng phương pháp lặp (xây dựng theo từng bước). Ví dụ :

- **Tập Căng-to** (Cantor) : Cho một đoạn thẳng. Ở bước một, chia đoạn thẳng đó thành ba đoạn con bằng nhau rồi xoá khoảng ở giữa (không kể hai mút). Ở mỗi bước tiếp theo, chia mỗi đoạn chưa xoá thành ba đoạn con bằng nhau rồi xoá khoảng ở giữa (không kể hai mút). Cứ làm thế mãi thì hình còn lại là tập Căng-to.



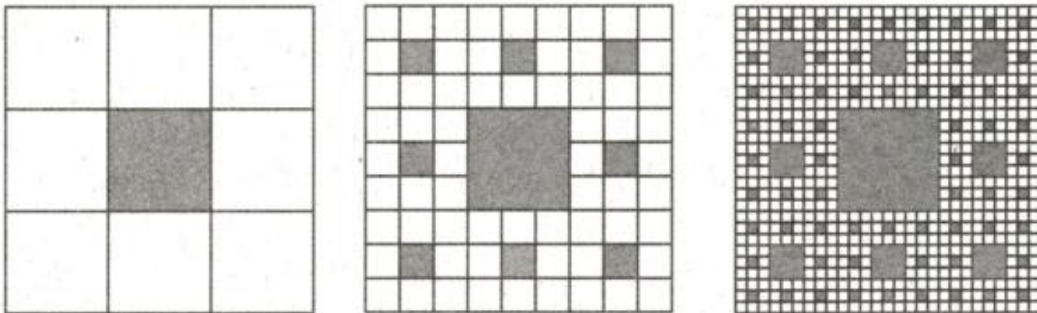
Xoá thế mãi thì phần còn lại là "tập Căng-to".

- **Đường Von Kốc** (Von Koch) : Cho một đoạn thẳng. Ở bước một, chia đoạn thẳng đó thành ba đoạn con bằng nhau, dựng tam giác đều trên đoạn con ở giữa rồi xoá cạnh đáy của tam giác đó thì được một đường gấp khúc. Ở mỗi bước tiếp theo, chia mỗi đoạn của đường gấp khúc thành ba đoạn con bằng nhau, dựng tam giác đều trên đoạn con ở giữa rồi xoá cạnh đáy của tam giác đó. Cứ làm thế mãi thì được "đường Von Kốc".



Dựng thế mãi thì được "đường Von Kốc".

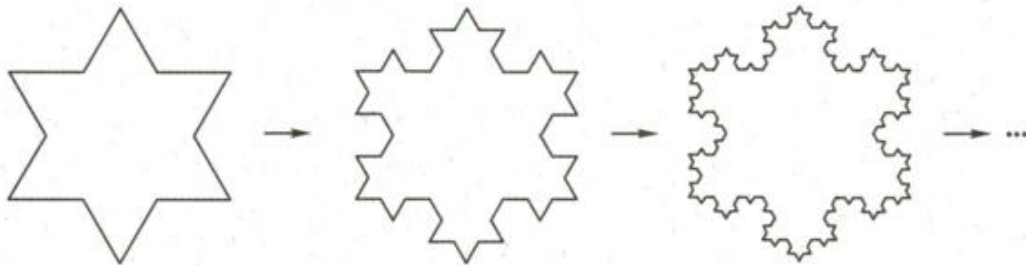
- **Thảm Xéc-pin-xki** (Sierpinski) : Cho một hình vuông. Ở bước một, chia hình vuông đó thành 9 hình vuông con bằng nhau (bằng các đoạn thẳng song song với các cạnh hình vuông) rồi xoá hình vuông con ở chính giữa (không xoá các cạnh) thì được hình gồm 8 hình vuông con. Ở bước hai, lại chia mỗi hình vuông con chưa xoá này thành 9 hình vuông con bằng nhau, rồi xoá hình vuông con ở chính giữa. Cứ làm thế mãi thì hình còn lại là "thảm Xéc-pin-xki".



Xoá thế mãi thì phần còn lại là "thảm Xéc-pin-xki".

Nhiều hình tự đồng dạng phức tạp như thế là những đối tượng nghiên cứu của *Hình học frac-tan*, một môn hình học được khởi đầu nghiên cứu từ cuối thế kỉ XX bởi nhà toán học Man-đen-brô (Benoit Mandelbrot) nhằm mô tả hình học nhiều cấu trúc gập gẫy, gồ ghề, lồi lõm, kì dị, hỗn độn, ... của nhiều hiện tượng vật lí, tự nhiên. Hình học frac-tan còn nghiên cứu cả những hình không tự đồng dạng như "bông tuyết Von Kốc".

• **Bông tuyết Von Kốc** được xây dựng bằng phương pháp lặp như sau : Cho tam giác đều. Ở bước một, chia mỗi cạnh của tam giác thành ba đoạn bằng nhau, dựng tam giác đều trên đoạn ở giữa (ở bên ngoài tam giác đã cho) rồi xoá cạnh đáy của tam giác đều này thì được một đường gấp khúc kín. Ở mỗi bước tiếp theo, chia mỗi đoạn của đường gấp khúc kín thành ba đoạn con bằng nhau, dựng tam giác đều trên đoạn con ở giữa (ở bên ngoài đường gấp khúc kín đó) rồi xoá cạnh đáy. Cứ làm thế mãi thì được "bông tuyết Von Kốc".



*Dựng thế mãi thì được "bông tuyết Von Kốc".*