§1 ĐẠI CƯƠNG VỀ ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG

I – MỤC TIÊU

Làm cho học sinh nắm được :

1. Các tính chất thừa nhận và bước đầu biết dùng các tính chất này để chứng minh một số tính chất của hình học không gian.
2. Các điều kiện xác định mặt phẳng.
3. Các định nghĩa của hình chóp và hình tứ diện.
4. Cách vẽ hình biểu diễn của một hình, đặc biệt là hình biểu diễn của một số hình chóp và hình tứ diện.
5. Cách xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi một mặt phẳng nào đó.

II – NHỮNG ĐIỀU CẦN LƯU Ý

1. Ở lớp 10 và đầu lớp 11, học sinh chỉ học hình học phẳng, nay học hình học không gian sẽ gặp rất nhiều khó khăn. Nếu như trước đây ta chỉ xét quan hệ giữa điểm và đường thẳng thì nay còn có thêm mối quan hệ giữa các đối tượng đó và mặt phẳng - một đối tượng mới. Vì vậy, các mối quan hệ trở nên phức tạp hơn nhiều.
2. Trước đây, học sinh phần lớn chỉ mới biết các hình trong mặt phẳng. Mỗi hình đó đều có thể biểu diễn một cách tường minh, phản ánh trung thành hình dạng và có thể cả về kích thước bằng hình vẽ trên mặt giấy. Mọi quan hệ như quan hệ liên thuộc, quan hệ thứ tự, quan hệ song song,... giữa các đối tượng đều được biểu diễn một cách trực quan. Nay, trong học hình học không gian, hình vẽ là những hình phẳng không thể phản ánh trung thành

các quan hệ như quan hệ vuông góc, quan hệ bằng nhau,... của các đối tượng. Đó là một khó khăn rất lớn cho học sinh. Vì thế, khi giảng những bài đầu tiên, giáo viên cần chuẩn bị nhiều mô hình trực quan, sau đó mới chú ý rèn luyện tư duy lôgic cho học sinh.

3. Trước đây, trong các sách giáo khoa hình học, các tính chất thừa nhận thường được gọi là các tiên đề. Có sự thay đổi như vậy là vì lí do sư phạm, chúng ta chưa muốn HS phổ thông đi sâu vào phương pháp tiên đề, mà chỉ giúp cho học sinh bước đầu làm quen với phương pháp đó.

4. Trong các sách giáo khoa hình học trước đây, khi xây dựng hệ tiên đề cho hình học không gian, các tác giả không đưa vào tiên đề : "*Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt cho trước*", nhưng người ta vẫn sử dụng mà không chứng minh. Trong sách giáo khoa kì này, chúng tôi đưa vào và xếp nó ở vị trí thứ nhất (gọi là tính chất thừa nhận 1). Tiếp theo đó là tính chất thừa nhận 2 : "*Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng cho trước*". Sắp xếp như vậy là tự nhiên và hợp lôgic. Không những thế, chúng tôi đã dùng nó và chứng minh được định lí : "*Nếu một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt của một mặt phẳng thì đường thẳng nằm trên mặt phẳng đó*". Định lí này trong sách giáo khoa cũ là một tiên đề. Như vậy, chúng tôi không bỏ sót một tiên đề nào trong sách giáo khoa trước đây.

5. Một khó khăn của học sinh khi học hình học không gian là việc vẽ hình biểu diễn hình không gian trên mặt phẳng. Ngay từ tiết đầu tiên, giáo viên đã phải giúp học sinh làm quen dần với việc biểu diễn này. Vẽ đúng, vẽ tốt hình biểu diễn của các hình không gian sẽ giúp cho học sinh tưởng tượng đúng, hình dung đúng hình thực của chúng trong không gian, nâng cao khả năng tưởng tượng không gian của học sinh. Việc dạy học sinh vẽ tốt hình biểu diễn các hình không gian không thể chỉ dạy tập trung trong một, hai tiết mà phải là một quá trình, suốt trong cả năm học. Tập vẽ hình biểu diễn ngay từ đầu là tạo điều kiện thuận lợi trong việc học hình không gian. Ta không ngần ngại khi cho học sinh vẽ hình biểu diễn của các hình mà họ chưa biết định nghĩa chính xác như hình hộp, hình lập phương, hình chóp,...

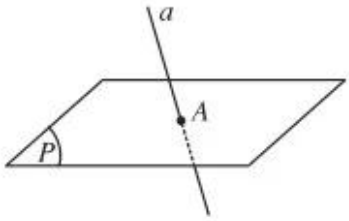
6. Nói đến "điều kiện xác định mặt phẳng" là nói đến sự tồn tại và tính duy nhất của một mặt phẳng được cho bởi một số điều kiện nào đó. Trong § này, ta đã biết ba điều kiện để xác định mặt phẳng, các điều kiện khác ta sẽ bổ sung dần trong các § sau, ví dụ như : "*Mặt phẳng được xác định nếu nó chứa một đường thẳng và song song với một đường thẳng chéo với đường thẳng đó*", hoặc là "*mặt phẳng được xác định nếu nó chứa một điểm và song song với một mặt phẳng cho trước*".

III – TRẢ LỜI ? VÀ HƯỚNG DẪN HOẠT ĐỘNG

?1 Những điểm thuộc mp(P) : A, B, C.

Những điểm không thuộc mp(P) : D, G, E, F, H, I, L, K.

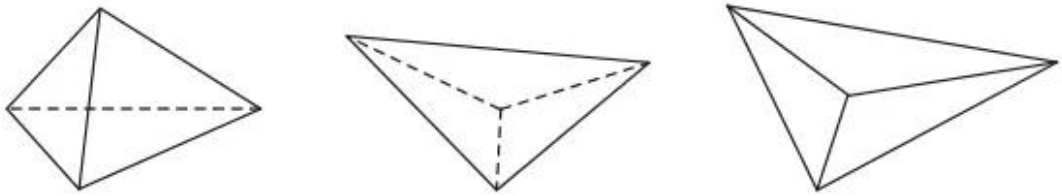
1 (h.26)



Hình 26

2

Một số hình biểu diễn của hình tứ diện (h.27)



a) *b)* *c)*

Hình 27

• Có thể vẽ hình biểu diễn của hình tứ diện mà không có nét đứt đoạn nào (h.27c).

3

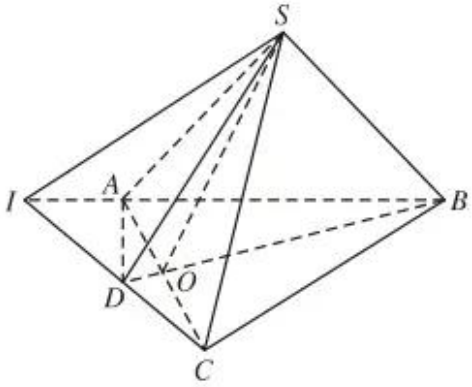
Nếu mọi điểm đều thuộc mp(P) thì mâu thuẫn với tính chất thừa nhận 3.

?2 Gáy của quyển vở.

?3 Ta tìm hai điểm chung phân biệt của hai mặt phẳng.

4 (h.28)

Gọi O là giao điểm của hai đường thẳng AC và BD. Khi đó, S và O là các điểm chung của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) nên giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC)



Hình 28

và (*SBD*) là đường thẳng *SO*. Tương tự, giao tuyến của hai mặt phẳng (*SAB*) và (*SCD*) là đường thẳng *SI* (*I* là giao điểm của *AB* và *CD*).

5

a) Không có hình chóp nào mà số cạnh của nó là số lẻ, vì số cạnh bên của hình chóp bằng số cạnh đáy của nó.

b) Hình chóp có 16 cạnh thì có 9 mặt (8 mặt bên và 1 mặt đáy).

6

Gọi *I* là giao điểm của hai đường thẳng *A′C′* và *B′D′*. Khi đó *I* thuộc *A′C′* nên *I* thuộc mp(*SAC*) ; *I* thuộc *B′D′* nên *I* thuộc mp(*SBD*). Vậy *I* thuộc giao tuyến *SO* của hai mặt phẳng (*SAC*) và (*SBD*). Từ đó ba đường thẳng *SO*, *A′C′*, *B′D′* đồng quy tại *I*.

?4 Có bốn cách. Cụ thể như sau :

Hình chóp *A.BCD*, hình chóp *B.ACD*, hình chóp *C.ABD* và hình chóp *D.ABC*.

?5 Hình tứ diện đều thì có các cạnh bằng nhau.

IV – TRẢ LỜI CÂU HỎI VÀ GIẢI BÀI TẬP

1. Các mệnh đề b) và c) đúng.

2. Đầu bốn chân ghế thường nằm trên một mặt phẳng nhưng mặt đất thường không phẳng, do đó bàn hoặc ghế thường hay cập kênh.

3. Đặt thước trên bàn, đẩy thước di động. Nếu mặt bàn thật phẳng thì cạnh thước lúc nào cũng sát với mặt bàn, nếu mặt bàn không thật phẳng thì cạnh thước có lúc không sát với mặt bàn và ta trông thấy có khe hở giữa cạnh thước và mặt bàn.

Căn cứ vào định lí ở §1.

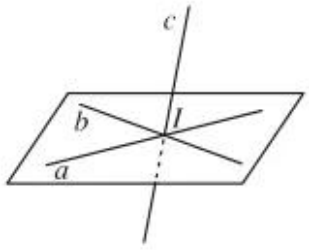
4. Giả sử *a* và *b* cắt nhau tại *I*. Khi đó *I* thuộc *a*, mà *a* lại thuộc mp(*P*) suy ra $I \in (P)$. Lí luận tương tự ta có $I \in (Q)$. Vậy *I* phải thuộc giao tuyến của (*P*) và (*Q*). Suy ra $I \in \Delta$.

5. Gọi *I*, *J*, *K* lần lượt là giao điểm của các đường thẳng *AB*, *AC* và *BC* với mp(*P*). Vì *A*, *B*, *C* không thẳng hàng nên có mp(*ABC*). Do $I \in AB$, $J \in CA$, $K \in BC$ nên *I*, *J*, *K* đều thuộc mp(*ABC*). Mặt khác, rõ ràng *I*, *J*, *K* đều thuộc mp(*P*). Vậy *I*, *J*, *K* thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng (*ABC*) và (*P*), do đó *I*, *J*, *K* thẳng hàng.

6. Mệnh đề c) đúng.

7. Mệnh đề b) đúng.

8. Không. Bởi vì nếu a và b cắt nhau tại I thì đường thẳng c qua I cắt cả a và b nhưng nó có thể không thuộc mp(a, b) (h.29).



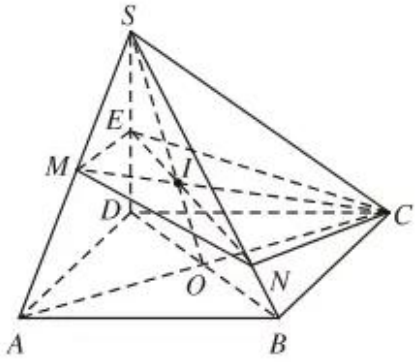
Hình 29

9. Giả sử A, B, C lần lượt là giao điểm của các cặp đường thẳng a và b, b và c, c và a. Nếu các điểm A, B, C phân biệt từng cặp thì a, b, c cùng thuộc mp(ABC), trái giả thiết. Nếu A, B, C không phân biệt từng cặp thì dễ thấy ba điểm này trùng nhau. Do đó a, b, c đồng quy.

10. mp$(M, a) \cap$ mp$(M, b) = OM$. Vì $M \in c$ nên $OM \subset$ mp(O, c).

11. a) Trong mp(SCA), gọi I là giao điểm của CM và SO. Khi đó I cũng là giao điểm của mp(CMN) và đường thẳng SO.

b) Trong mặt phẳng (SBD), gọi E là giao điểm của NI và SD. Dễ thấy M và E là hai điểm chung của hai mặt phẳng (SAD) và (CMN) nên đường thẳng ME là giao tuyến của hai mặt phẳng này (h.30).

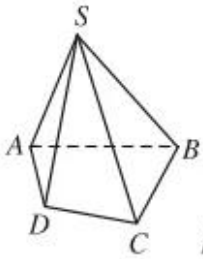


Hình 30

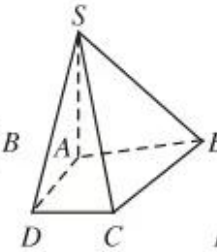
12. • Nếu đáy của hình chóp là tứ giác lồi tuỳ ý, ta có hình biểu diễn thường dùng là hình 31 hoặc hình 32.

• Nếu đáy của hình chóp tứ giác là hình bình hành, hình chữ nhật, hình thoi hay hình vuông, ta có hình biểu diễn thường dùng của hình chóp là hình 33.

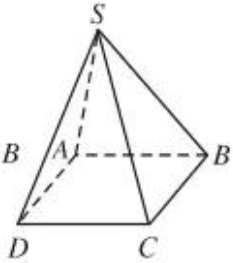
• Nếu đáy của hình chóp tứ giác là hình thang $ABCD$ $(AB \,//\, CD)$ thì ta có hình biểu diễn thường dùng là hình 34 hoặc hình 35.



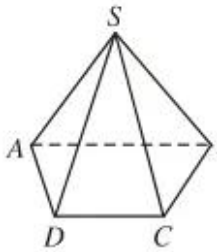
Hình 31



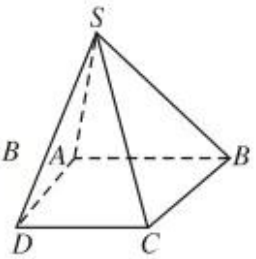
Hình 32



Hình 33



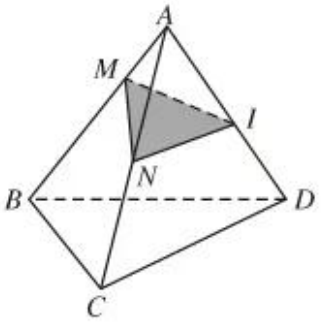
Hình 34



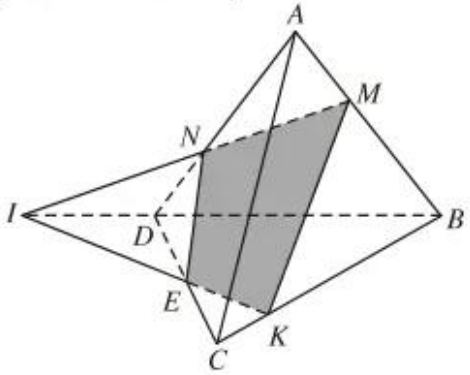
Hình 35

13. Thiết diện của một hình tứ diện là tam giác khi mặt phẳng cắt ba mặt của tứ diện (h.36). Thiết diện là tứ giác khi mặt phẳng cắt cả bốn mặt của hình

tứ diện (h.37). Thiết diện của một hình tứ diện không thể là một ngũ giác vì ngũ giác có năm cạnh mà tứ diện chỉ có bốn mặt.



Hình 36

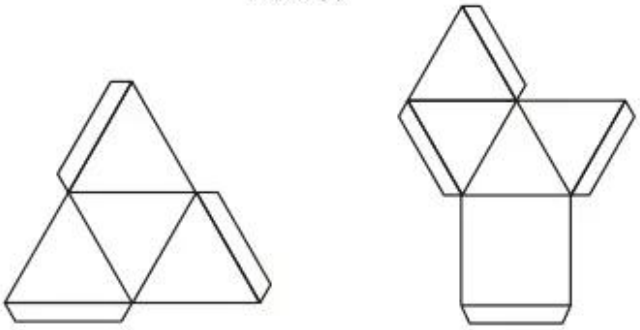


Hình 37

14. Lấy bìa và cắt theo mẫu.

a) (h.38a).

b) (h.38b).

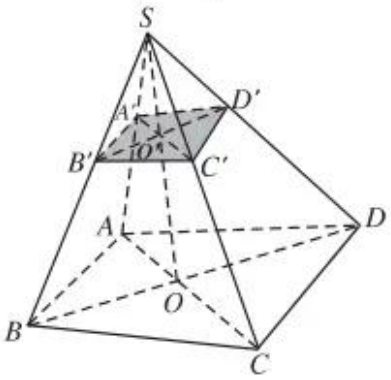


a) b)

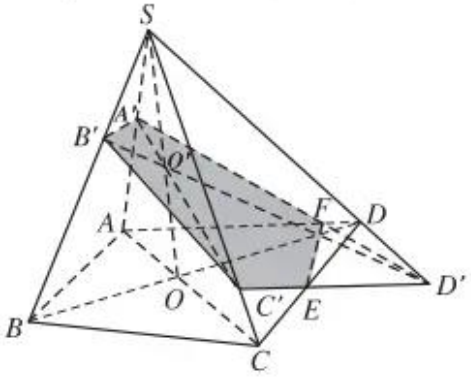
Hình 38

15. Kí hiệu O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Gọi O' là giao điểm của $A'C'$ và SO ; D' là giao điểm của hai đường thẳng $B'O'$ và SD.

• Nếu D' thuộc đoạn SD thì thiết diện là tứ giác $A'B'C'D'$ (h.39).



Hình 39



Hình 40

• Nếu D' nằm trên phần kéo dài của cạnh SD, ta gọi E là giao điểm của CD và $C'D'$, F là giao điểm của AD và $A'D'$.

Khi ấy thiết diện là ngũ giác $A'B'C'EF$ (h.40).

16. Xem hình 41.

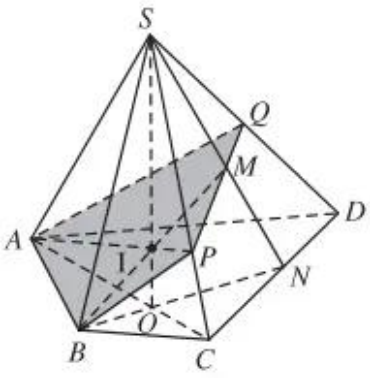
a) Gọi $N = SM \cap CD$, $O = AC \cap BN$.

Ta thấy $SO = (SAC) \cap (SBM)$.

b) Trong mp(SBM), đường thẳng BM cắt SO tại I. Ta có $I = BM \cap (SAC)$.

c) Trong mp(SAC), đường thẳng AI cắt SC tại P. Ta có P và M là hai điểm chung của mp(ABM) và mp(SCD).

Vậy $(ABM) \cap (SCD) = PM$. Đường thẳng PM cắt SD tại Q. Thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mp(ABM) là tứ giác $ABPQ$.



Hình 41