ÔN TẬP CHƯƠNG I

I – NHỮNG ĐIỀU CẦN LƯU Ý

1. Cho học sinh ôn lại những kiến thức cần nhớ trong chương, tự mình trả lời các câu hỏi tự kiểm tra và chuẩn bị các bài tập ôn.

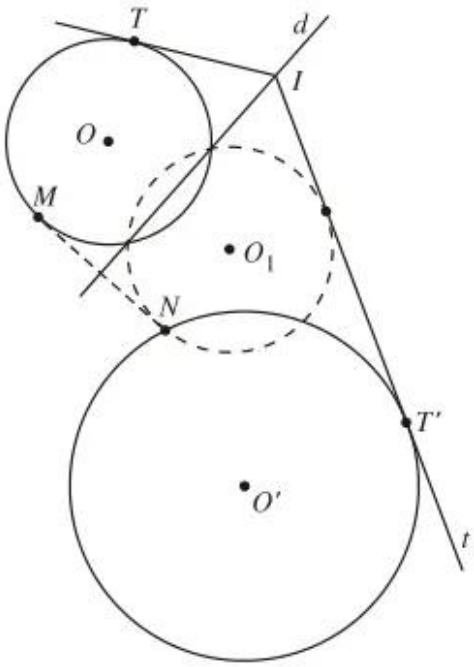
2. Trong tiết ôn tập, chỉ đưa ra một số bài tập ôn tập chương để cùng giải trên lớp. Không cần phải chữa hết các bài tập.

3. Bố trí cho học sinh làm bài kiểm tra cuối chương.

II – GIẢI CÁC BÀI TẬP

1. (h.13) a) Gọi $(O_1 ; R)$ là ảnh của đường tròn $(O ; R)$ qua phép đối xứng trục $Đ_d$. Giao điểm (nếu có) của hai đường tròn $(O_1 ; R)$ và $(O' ; R')$ chính là điểm N cần tìm, điểm M là điểm đối xứng với N qua d.

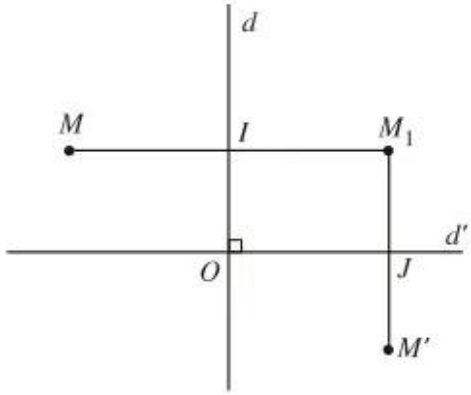
b) Vẫn gọi $(O_1 ; R)$ như trên và I là điểm cần tìm thì IT' là tiếp tuyến chung của hai đường tròn $(O_1 ; R)$ và $(O' ; R')$. Suy ra cách dựng : Vẽ tiếp tuyến chung t (nếu có) của hai đường tròn $(O_1 ; R)$ và $(O' ; R')$. Giao điểm (nếu có) của t và d chính là điểm I cần tìm. Khi đó tiếp tuyến IT' chính là t còn đường thẳng đối xứng với IT' qua d là tiếp tuyến IT của $(O ; R)$.



Hình 13

Bài toán có thể vô nghiệm, có 1, 2, 3, 4 nghiệm hoặc vô số nghiệm (khi hai đường tròn $(O\ ;\ R)$ và $(O'\ ;\ R')$ đối xứng với nhau qua d).

2. (h.14) Giả sử hình $\mathscr{H}$ có hai trục đối xứng d và d' vuông góc với nhau. Gọi O là giao điểm của hai trục đối xứng đó. Lấy M là điểm bất kì thuộc hình $\mathscr{H}$, M_1 là điểm đối xứng với M qua d, M' là điểm đối xứng với M_1 qua d'. Vì d và d' đều là trục đối xứng của hình $\mathscr{H}$ nên M_1 và M' đều thuộc $\mathscr{H}$.



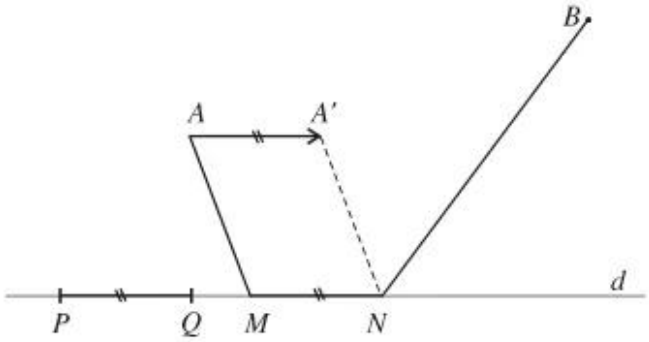
Hình 14

Gọi I là trung điểm của MM_1, J là trung điểm của M_1M' thì ta có

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OI} + \overrightarrow{IM} = \overrightarrow{M'J} + \overrightarrow{JO} = \overrightarrow{M'O} \text{ hay } \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{OM'} = \vec{0}.$$

Vậy phép đối xứng tâm O biến điểm M thuộc hình $\mathscr{H}$ thành điểm M' thuộc $\mathscr{H}$, suy ra $\mathscr{H}$ có tâm đối xứng là O.

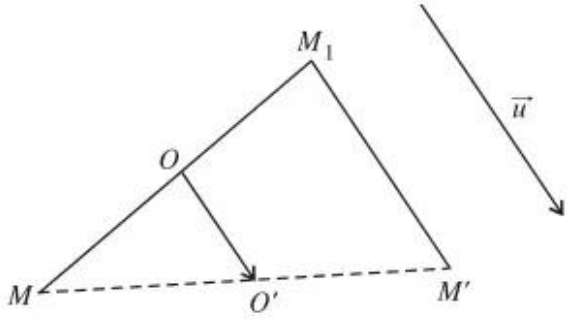
3. (h.15) Giả sử hai điểm M, N nằm trên d sao cho $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PQ}$. Lấy điểm A' sao cho $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{PQ}$ thì điểm A' hoàn toàn xác định và $AMNA'$ là hình bình hành nên $AM = A'N$.



Hình 15

Vậy $AM + BN = A'N + BN$. Như thế ta trở về bài toán đã biết : Xác định điểm N sao cho $A'N + BN$ bé nhất. Điểm N xác định được thì điểm M cũng xác định được với điều kiện $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PQ}$.

4. (h.16) a) F là hợp thành của hai phép : phép đối xứng tâm $Đ_O$ với tâm O và phép tịnh tiến T theo vectơ $\vec{u}$. Ta có F là phép dời hình vì $Đ_O$ và T là phép dời hình.



Hình 16

b) Giả sử $M_1 = Đ_O(M)$ và $M' = T(M_1)$. Nếu gọi O' là trung điểm của MM' thì

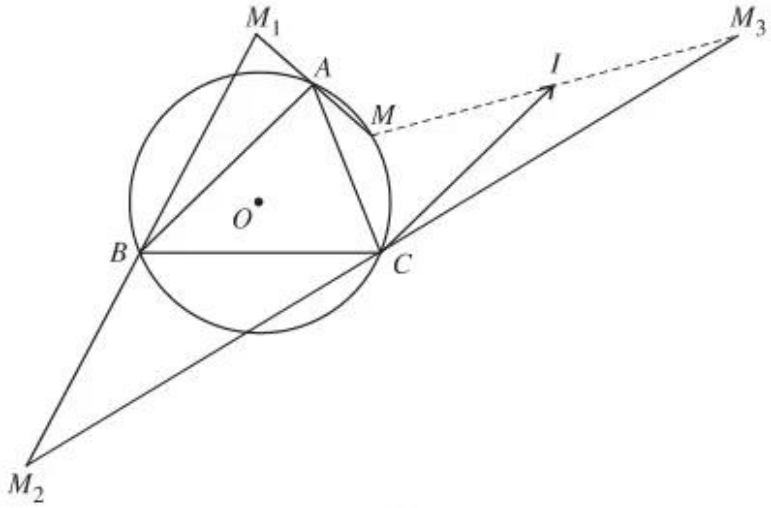
$$\overrightarrow{OO'} = \frac{\overrightarrow{M_1M'}}{2} = \frac{\vec{u}}{2}.$$

Vậy điểm O' cố định và F chính là phép đối xứng qua tâm O'.

5. (h.17) a) Gọi I là trung điểm của MM_3, ta chứng minh I là điểm cố định. Thật vậy, ta có

$$\overrightarrow{CI} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{CM_3}\right) = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{M_2C}\right) = \frac{1}{2}\overrightarrow{M_2M} = \overrightarrow{BA}.$$

Như vậy điểm I cố định, do đó phép biến hình F biến M thành M_3 là phép đối xứng qua điểm I.



Hình 17

b) Quỹ tích điểm M_3 là đường tròn (O'), ảnh của đường tròn (O) qua phép đối xứng tâm với tâm I.

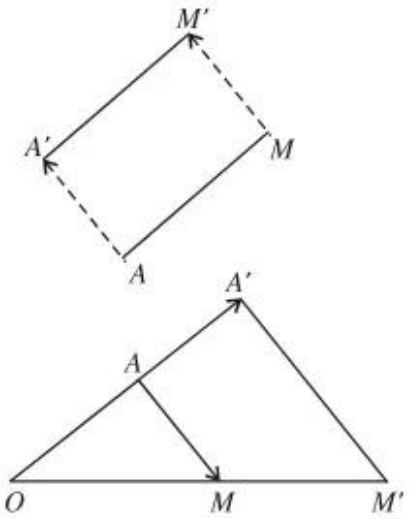
6. (h.18) Ta lấy một điểm A cố định và đặt $A' = F(A)$. Theo giả thiết, với điểm M bất kì và ảnh $M' = F(M)$ của nó, ta có :

$$\overrightarrow{A'M'} = k\overrightarrow{AM}.$$

+) Nếu $k = 1$, thì $\overrightarrow{A'M'} = \overrightarrow{AM}$, do đó $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AA'}$, và F là phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{AA'}$.

+) Nếu $k \neq 1$ thì có điểm O sao cho

$$\overrightarrow{OA'} = k\overrightarrow{OA}.$$



Hình 18

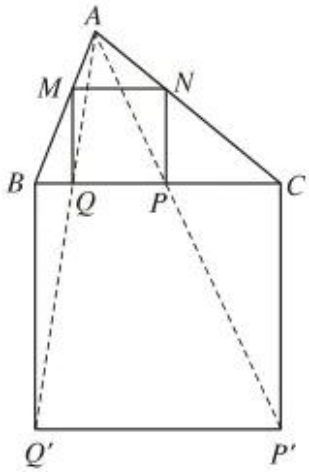
Khi đó ta có :

$$\overrightarrow{OM'} = \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{A'M'} = k\overrightarrow{OA} + k\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{OM}.$$

Vậy F là phép vị tự tâm O, tỉ số k.

7. a) Ta có $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AN}$ nên phép vị tự V biến điểm M thành điểm B, biến điểm N thành C. Vậy V biến hình vuông $MNPQ$ thành hình vuông $BCP'Q'$ như trên hình 19.

b) Dựng hình vuông $BCP'Q'$ nằm ngoài tam giác ABC như hình 19. Lấy giao điểm P, Q của BC với các đoạn thẳng tương ứng AP' và AQ'. Từ P và Q, kẻ các đường thẳng vuông góc với BC, lần lượt cắt AC và AB tại N và M. Khi đó, hiển nhiên $MNPQ$ là hình vuông cần dựng.

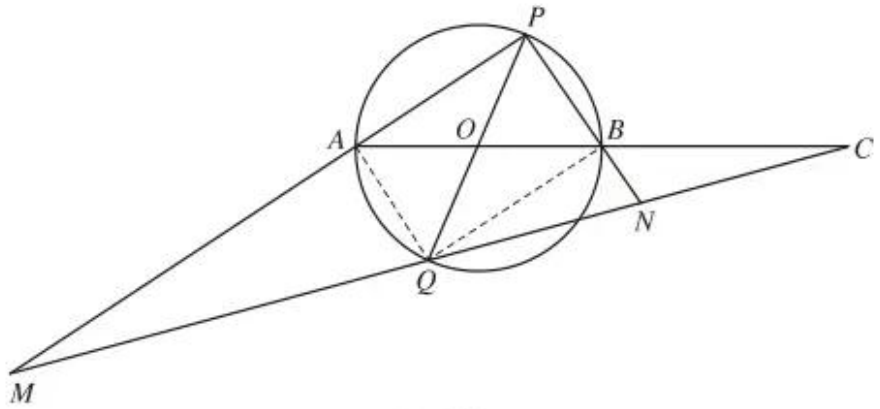


Hình 19

8. (h.20) a) Ta có $QB \parallel AP$ (vì cùng vuông góc với PB) và B là trung điểm của AC nên Q là trung điểm của CM.

Ta có $AQ \parallel BN$ (vì cùng vuông góc với AP) và B là trung điểm của AC nên N là trung điểm của CQ.

b) Theo câu a) ta có $\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{CQ}$ nên phép vị tự V tâm C tỉ số 2 biến Q thành M. Vì Q chạy trên đường tròn (O) (trừ hai điểm A, B) nên quỹ tích M là ảnh của đường tròn đó qua phép vị tự V (trừ ảnh của A, B).



Hình 20

Tương tự, ta có $\overrightarrow{CN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CQ}$ nên quỹ tích N là ảnh của đường tròn (O) qua phép vị tự V' tâm C, tỉ số $\frac{1}{2}$ (trừ ảnh của A, B).

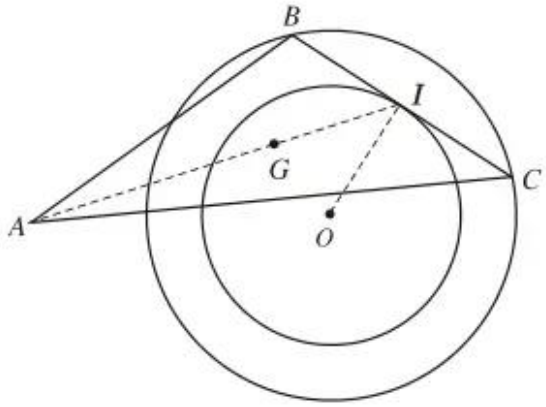
9. (h.21) Gọi I là trung điểm của BC. Ta có $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ khi và chỉ khi $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$, tức là phép vị tự V tâm A tỉ số $\frac{2}{3}$ biến điểm I thành điểm G.

Trong tam giác vuông OIB ta có

$$OI = \sqrt{OB^2 - IB^2}$$

$$= \sqrt{R^2 - \left(\frac{m}{2}\right)^2} = R' \text{ (không đổi)}$$

nên quỹ tích I là đường tròn $(O\ ;\ R')$ hoặc là điểm O (nếu $m = 2R$). Do đó quỹ tích G là ảnh của quỹ tích I qua phép vị tự V.



Hình 21

Trả lời các câu hỏi trắc nghiệm

1. (D)	**2.** (B)	**3.** (C)	**4.** (D)
5. (B)	**6.** (B)	**7.** (D)	**8.** (D)
9. (D)	**10.** (A)	**11.** (C)	**12.** (C).