ÔN TẬP CHƯƠNG II

I – NHỮNG ĐIỀU CẦN LƯU Ý

1. Để chuẩn bị cho tiết ôn tập, cần yêu cầu học sinh làm việc ở nhà : Đọc và học phần "tóm tắt những kiến thức cần nhớ trong chương", tự mình trả lời các câu hỏi tự kiểm tra và chuẩn bị các bài tập.

2. Trong tiết ôn tập, giáo viên chọn một số bài tập trong phần bài tập ôn, cùng làm việc với học sinh và thông qua đó mà ôn luyện cho học sinh.

3. Cho học sinh làm bài kiểm tra 45'.

II – GIẢI CÁC BÀI TẬP

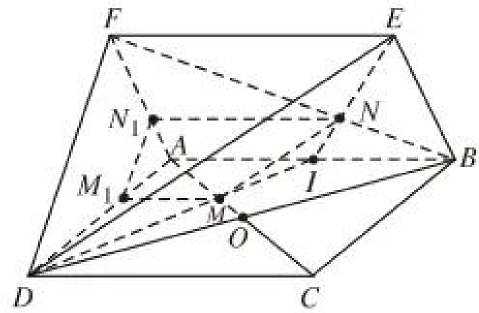
1. Các mệnh đề đúng : a) và c).

2. Các mệnh đề đúng : c), d), f), g).

3. Các hình a), b), d), f), g), h).

4. (h.68) a) Vì $\dfrac{AM}{MC} = \dfrac{1}{2}$ nên $AM = \dfrac{2}{3}AO$ (O là giao điểm của AC và BD). Vậy M là trọng tâm tam giác ABD hay M thuộc trung tuyến DI của tam giác ABD. Bằng cách chứng minh tương tự như trên thì N thuộc đường trung tuyến EI của tam giác ABE. Xét tam giác EID, ta có

$$\frac{IN}{IE} = \frac{IM}{ID} = \frac{1}{3} \Rightarrow NM \,//\, DE.$$



Hình 68

b) Vì $MM_1 \,//\, CD$ nên $\dfrac{AM_1}{M_1D} = \dfrac{AM}{MC} = \dfrac{1}{2}$.

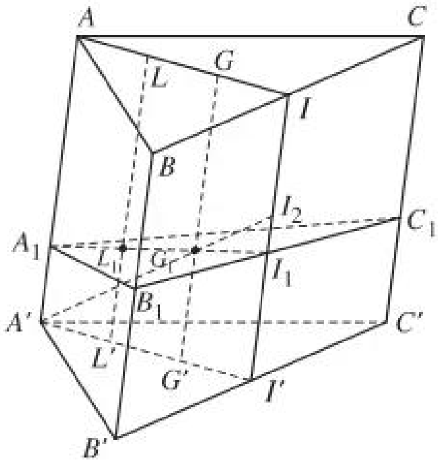
Vì $NN_1 \,//\, AB$ nên $\dfrac{AN_1}{N_1F} = \dfrac{BN}{NF} = \dfrac{1}{2}$.

Từ đó ta có $\dfrac{AM_1}{M_1D} = \dfrac{AN_1}{N_1F}$ nên $M_1N_1 \,//\, DF$, suy ra $M_1N_1 \,//\, (DEF)$.

c) Theo giả thiết và chứng minh trên ta có : $M_1N_1 \,//\, DF$, $NN_1 \,//\, EF$. Vậy mp(DEF) // mp(MM_1N_1N).

5. (h.69) a) Gọi I, I' lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, $B'C'$ thì rõ ràng II' song song và bằng AA' nên tứ giác $AII'A'$ là hình bình hành, do đó AI song song và bằng $A'I'$. Ta cũng có $AG = \dfrac{2}{3}AI$, $A'G' = \dfrac{2}{3}A'I'$, mà $AI = A'I'$ suy ra AG song song và bằng $A'G'$. Vậy tứ giác $AGG'A'$ là hình bình hành. Do đó, GG' song song và bằng AA'.

b) *Cách 1.* B_1C_1 cắt II' tại I_1 thì I_1 là trung điểm của B_1C_1. Vì G_1 thuộc A_1I_1 và $AA_1 \,//\, GG_1 \,//\, II_1$ nên



Hình 69

$$\frac{G_1A_1}{A_1I_1} = \frac{GA}{AI} = \frac{2}{3}.$$

Vậy G_1 là trọng tâm tam giác $A_1B_1C_1$.

Cách 2. Có thể dùng phép chiếu song song theo phương AA_1 lên mp$(A_1B_1C_1)$.

c) *Cách 1*. Xét hình bình hành $AII'A'$. Gọi L, L' lần lượt là trung điểm của AG và $A'G'$, L_1 là giao điểm của LL' và A_1I_1. Khi đó L_1 là trung điểm của A_1G_1. Theo định lí về đường trung bình của hình thang, ta có

$$2G_1G' = L_1L' + I_1I' = \frac{1}{2}(A_1A' + G_1G') + I_1I'.$$

Suy ra $$G_1G' = \frac{1}{3}(A_1A' + 2I_1I').$$

Mặt khác $$2I_1I' = B_1B' + C_1C'.$$

Vậy $$G_1G' = \frac{1}{3}(A_1A' + B_1B' + C_1C').$$

Chứng minh tương tự, ta có :

$$G_1G = \frac{1}{3}(A_1A + B_1B + C_1C).$$

Cách 2. Gọi I_2 là giao điểm của hai đường thẳng $A'G_1$ và II'. Dễ thấy $I_1I_2 = \frac{1}{2}A_1A'$, $I_1I' = \frac{1}{2}(B_1B' + C_1C')$, $G_1G' = \frac{2}{3}I_2I'$. Vậy

$$G_1G' = \frac{2}{3}I_2I' = \frac{2}{3}(I_2I_1 + I_1I') = \frac{2}{3}\left[\frac{1}{2}A_1A' + \frac{1}{2}(B_1B' + C_1C')\right] =$$

$$= \frac{1}{3}(A_1A' + B_1B' + C_1C').$$

6. (h.70). *Cách 1*. Gọi I và J lần lượt là các giao điểm của đường thẳng MN với BC và CD. Gọi P, Q lần lượt là các giao điểm của đường thẳng JO với các cạnh DD', CC'. Gọi R là giao của BB' và đường thẳng IQ. Ta có :

$(MNO) \cap (ABCD) = MN$

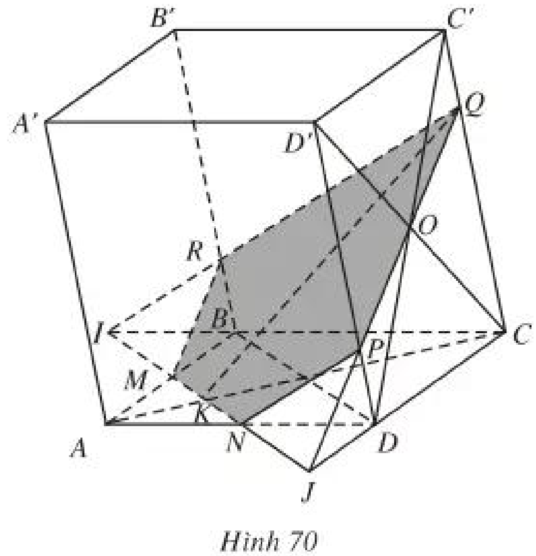
$(MNO) \cap (CDD'C') = PQ$

$(MNO) \cap (ADD'A') = NP$

$(MNO) \cap (BCC'B') = RQ$

$(MNO) \cap (ABB'A') = MR.$

Vậy thiết diện cần tìm là ngũ giác $MNPQR$.



Hình 70

Cách 2.

$$\text{mp}(MNO) \cap \text{mp}(ABCD) = MN.$$

Vì $NO \mathbin{//} AC'$ nên $(MNO) \cap (ACC'A') = KQ$ với $KQ \mathbin{//} AC'$ ($K = MN \cap AC$). Khi ấy : $(MNO) \cap (CDD'C') = PQ$, $(MNO) \cap (BDD'B') = PR$ sao cho $PR \mathbin{//} BD$, $(MNO) \cap (ABB'A') = RM$, $(MNO) \cap (BB'C'C) = RQ$. Vậy thiết diện là ngũ giác $MNPQR$.

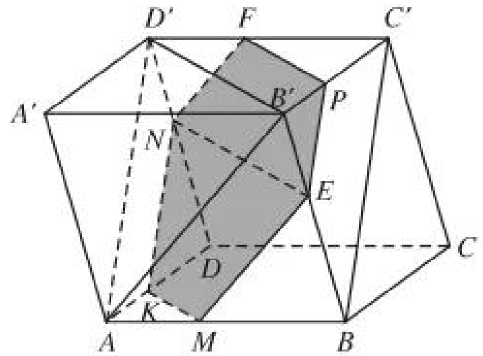
7. a) *Cách 1*. Xem hình 71. Từ giả thiết

$$\frac{AM}{AB} = \frac{D'N}{DD'} = \frac{B'P}{B'C'}$$

và M, N, P lần lượt nằm trên các cạnh AB, DD' và $C'B'$ của hình hộp, ta suy ra

$$\frac{AM}{D'N} = \frac{MB}{ND} = \frac{BA}{DD'} \qquad (1)$$

và
$$\frac{AM}{B'P} = \frac{MB}{PC'} = \frac{BA}{C'B'}. \qquad (2)$$



Hình 71

Theo định lí Ta-lét đảo, từ (1) ta suy ra MN song song với mp(α) (trong đó mp(α) song song với cả AD' và BD).

Theo định lí Ta-lét đảo, từ (2) ta suy ra MP song song với mp(β) (trong đó mp(β) song song với cả AB' và BC').

Mặt khác $BD \mathbin{//} B'D'$, $BC' \mathbin{//} AD'$ nên cả mp(α) và mp(β) đều song song với mp($AB'D'$). Từ đó suy ra cả MN và MP đều song song với mp($AB'D'$). Vậy

$$\text{mp}(MNP) \mathbin{//} \text{mp}(AB'D').$$

Cách 2. Kẻ ME song song với AB' ($E \in BB'$), (1)

Ta có $\dfrac{B'E}{B'B} = \dfrac{AM}{AB} \Rightarrow \dfrac{B'E}{B'B} = \dfrac{B'P}{B'C'} \Rightarrow EP \mathbin{//} BC' \Rightarrow EP \mathbin{//} AD'$ (2)

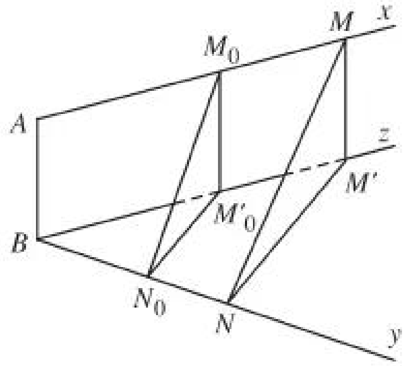
Từ (1) và (2) suy ra $(MEP) \mathbin{//} (AB'D')$. (3)

Rõ ràng $D'N = B'E$ nên $EN \mathbin{//} B'D'$. Mà $B'D' \subset (AB'D')$ và $E \in (MEP)$ nên từ (3) suy ra $EN \subset (MEP)$, tức (MNP) chính là (MEP). Vậy $(MNP) \mathbin{//} (AB'D')$.

b) Từ M kẻ ME song song với AB', từ P kẻ PF song song với $B'D'$. Từ N kẻ NK song song với AD' cắt AD tại K. Thiết diện là lục giác $MEPFNK$ có các cạnh đối song song (h.71).

8. a) Dựng tia Bz song song và cùng hướng với tia Ax (h.72). Trên các tia Ax, By và Bz lần lượt lấy các điểm cố định M_0, N_0 và M'_0 sao cho $\dfrac{AM_0}{BN_0} = k$ và $BM'_0 = AM_0$. Khi đó ta có

$$M_0M'_0 \,//\, AB \text{ và } \frac{BM'_0}{BN_0} = k. \qquad (1)$$



Hình 72

Lấy điểm M' thuộc tia Bz sao cho $BM' = AM$. Khi đó ta có

$$MM' \,//\, AB \text{ và } \frac{BM'}{BN} = k. \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có $\quad MM' \,//\, M_0M'_0 \qquad (3)$

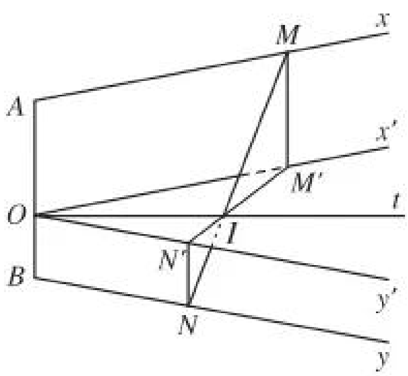
và
$$\frac{BM'}{BN} = \frac{BM'_0}{BN_0}. \qquad (4)$$

Từ (4) suy ra $\quad NM' \,//\, N_0M'_0. \qquad (5)$

Từ (3) và (5) suy ra mp(MNM') // mp$(M_0N_0M'_0)$. Vậy MN luôn song song với mặt phẳng cố định $(M_0N_0M'_0)$.

b) *Thuận*. (h.73) Gọi O là một điểm thuộc đoạn thẳng AB sao cho $OA : OB = k$. Từ O ta vẽ hai tia Ox' và Oy' sao cho $Ox' \,//\, Ax$, $Oy' \,//\, By$. Xét phép chiếu song song theo phương AB lên mp(Ox', Oy'). Gọi M', N' lần lượt là hình chiếu của M và N theo phép chiếu này. Khi đó giao điểm của MN và $M'N'$ chính là điểm I vì rõ ràng ta có

$$\frac{IM}{IN} = \frac{M'M}{N'N} = \frac{OA}{OB} = k.$$



Hình 73

Trong tam giác $M'ON'$, ta có $\dfrac{IM'}{IN'} = k$, $\dfrac{OM'}{ON'} = \dfrac{AM}{BN} = k$.

Vậy $\dfrac{IM'}{IN'} = \dfrac{OM'}{ON'} = k$. Từ đó suy ra I phải nằm trên tia phân giác Ot của góc $x'Oy'$.

Đảo. Giả sử I là một điểm bất kì thuộc tia phân giác Ot của góc $x'Oy'$. Gọi M', N' là những điểm lần lượt thuộc tia Ox', tia Oy' sao cho M', I, N' thẳng hàng và $\frac{IM'}{IN'} = k$ (có thể tìm M', N' bằng cách dùng phép vị tự tâm I tỉ số $-k$ trên mp$(Ox'y')$). Gọi M và N lần lượt là những điểm thuộc các tia Ax, By sao cho $AM = OM'$, $BN = ON'$. Dễ thấy I, M, N thẳng hàng và $IM : IN = k$.

Kết luận. Tập hợp các điểm I thoả mãn điều kiện bài toán là tia phân giác Ot của góc $x'Oy'$.

Chú ý. Phần đảo có thể chứng minh như sau : Qua I ($I \in Ot$) kẻ một đường thẳng cắt hai tia Ax và By tại M và N (xem BT 32, chương II, SGK). Gọi M', N' là hình chiếu của M và N trên mp$(Ox'y')$ theo phương AB. Khi đó rõ ràng $M'N'$ qua I và $\frac{IM}{IN} = \frac{MM'}{NN'} = k$.

Trả lời các câu hỏi trắc nghiệm

1. (B)	**2.** (B)	**3.** (B)	**4.** (D)
5. (C)	**6.** (A)	**7.** (B)	**8.** (B)
9. (C)	**10.** (C)	**11.** (D)	**12.** (A).