

§2. DÃY SỐ (2 tiết)

I – MỤC TIÊU

- *Về kiến thức*

Giúp học sinh

- Có một cách nhìn nhận mới, chính xác đối với khái niệm dãy số – cách nhìn nhận theo quan điểm hàm số ;
- Nắm vững một số cách cho một dãy số (cho bằng công thức của số hạng tổng quát, cho bằng hệ thức truy hồi, cho bằng cách diễn đạt bằng lời cách xác định từng số hạng) ;
- Hiểu các khái niệm : dãy số tăng, dãy số giảm, dãy số không đổi, dãy số bị chặn ;
- Nắm được một số phương pháp đơn giản khảo sát tính tăng, giảm của một dãy số.

- *Về kỹ năng*

Giúp học sinh

- Biết cách cho một dãy số ;
- Nhận biết được tính tăng, giảm của một số dãy số đơn giản ;
- Rèn luyện kỹ năng vận dụng phương pháp quy nạp vào việc giải toán.

II – NHỮNG ĐIỀU CẦN LUU Ý

- Để đảm bảo tính thống nhất, SGK chỉ nêu một cách kí hiệu dãy số. Trong các tài liệu toán học hiện hành, người ta còn sử dụng các kí hiệu khác để kí hiệu một dãy số ; chẳng hạn : $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$, hay $n \mapsto u_n, \dots$. Nhằm tạo điều kiện thuận lợi cho học sinh trong việc đọc các tài liệu tham khảo, giáo viên nên giới thiệu các cách kí hiệu khác nhau của một dãy số.
- SGK trình bày các cách cho một dãy số theo thứ tự từ đơn giản đến phức tạp ; từ trực quan, dễ cảm nhận đến trừu tượng. Trong các cách đó, SGK chú trọng hơn tới cách 1 (cho dãy số bằng công thức của số hạng tổng quát) và cách 2 (cho dãy số bởi hệ thức truy hồi).

Nhằm giảm tính hàn lâm, SGK mô tả các cách cho một dãy số thông qua các ví dụ cụ thể.

- Khái niệm dãy số không đổi là một khái niệm dễ hiểu đối với học sinh phổ thông. Vì thế, nhằm tránh công kênh và nặng nề, SGK không trình bày khái niệm đó trong định nghĩa 2 cũng như không nêu thành một định nghĩa riêng mà trình bày trong nội dung của bài tập 17. Giáo viên cần lưu ý điều này khi chũa bài tập vừa nêu.
- Hoạt động **H4**, bài tập 11, bài tập 12, bài tập 15 và bài tập 16 nhằm mục đích minh họa cho nội dung của chú ý được trình bày trong mục 2, đồng thời giúp học sinh bước đầu ý thức được rằng bài toán tìm số hạng tổng quát của một dãy số là một trong những bài toán được quan tâm trong Toán học. Ngoài ra, bài tập 12, bài tập 15 và bài tập 16 còn nhằm mục đích giúp học sinh củng cố, rèn luyện kỹ năng vận dụng phương pháp quy nạp vào việc giải toán.

- *Đối với đối tượng là học sinh khá, giỏi :*

- Giáo viên nên hướng dẫn học sinh liên hệ các cách cho một dãy số với các cách cho một hàm số, liên hệ khái niệm dãy số tăng, giảm với khái niệm hàm số tăng, giảm mà học sinh đã được học ở lớp 10.
- Thông qua các bài tập thích hợp trong sách bài tập, giáo viên nên giúp học sinh hiểu sâu hơn (so với mức độ được trình bày trong SGK) về cách cho một dãy số bởi hệ thức truy hồi.

III – GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

* *Dự kiến phán phôi thời gian*

Bài này dự kiến được thực hiện trong 2 tiết với nội dung giảng dạy của từng tiết như sau :

Tiết 1. Mục 1 và cách cho dãy số bằng công thức của số hạng tổng quát ;

Tiết 2. Nội dung còn lại của bài.

* *Gợi ý về các hoạt động trên lớp*

H1 *Mục đích.* Giúp học sinh củng cố khái niệm dãy số và khái niệm số hạng của dãy số.

$$Trả lời. u_9 = \frac{1}{10}; u_{99} = \frac{1}{100} \text{ và } u_{999} = \frac{1}{1000}.$$

H2 *Mục đích.* Giúp học sinh hiểu cách cho một dãy số bởi công thức của số hạng tổng quát.

$$Trả lời. u_{33} = \frac{8}{25} \text{ và } u_{333} = \frac{83}{250}.$$

H3 *Mục đích.* Giúp học sinh hiểu cách cho một dãy số bởi hệ thức truy hồi.

Giải. Ta có $v_3 = v_2 + 2v_1 = 2 + 2.(-1) = 0$.

Suy ra $v_4 = v_3 + 2v_2 = 0 + 2.2 = 4$.

H4 *Mục đích.* Ngoài mục đích đã nêu ở phần II, hoạt động này còn nhằm giúp học sinh củng cố kiến thức lượng giác và khái niệm số hạng tổng quát của một dãy số.

Giải. Tam giác AM_nB vuông tại M_n . Do đó

$$u_n = AM_n = AB \cdot \sin \widehat{ABM_n} = 2OA \cdot \sin \frac{\widehat{AOM_n}}{2} = 2 \sin \frac{\pi}{n}.$$

H5 *Mục đích.* Giúp học sinh củng cố khái niệm dãy số tăng, dãy số giảm.

Lưu ý : Dãy số đã được đề cập đến ở phần mở đầu của bài học là một dãy số không tăng cũng không giảm.

H6 *Mục đích.* Giúp học sinh củng cố các khái niệm đã được học trong bài.

Trả lời. Các khẳng định đúng : b), c), d) và e).

IV – GỢI Ý TRẢ LỜI CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

9. Giáo viên tự giải.

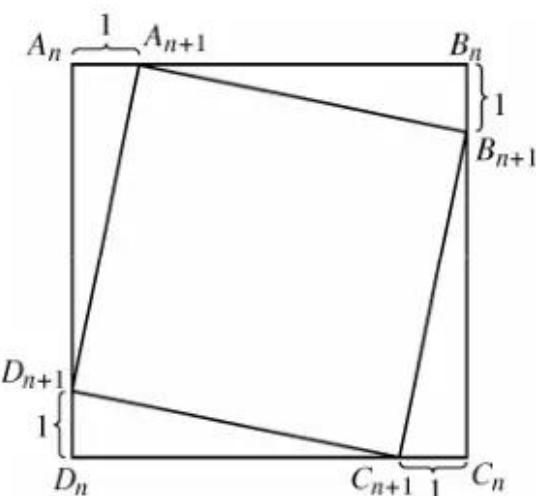
10. Giáo viên tự giải.

11. Gợi ý. Với mỗi $n \in \mathbb{N}^*$, xét các

hình vuông $A_nB_nC_nD_n$ và

$A_{n+1}B_{n+1}C_{n+1}D_{n+1}$, ta có

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= A_{n+1}B_{n+1} \\ &= \sqrt{(A_{n+1}B_n)^2 + (B_nB_{n+1})^2} \\ &= \sqrt{(A_nB_n - 1)^2 + 1^2} \\ &= \sqrt{(u_n - 1)^2 + 1}. \quad (\text{h.3.1}) \end{aligned}$$



Hình 3.1

12. Bằng phương pháp quy nạp, ta sẽ chứng minh

$$u_n = 2^{n+1} - 3 \quad (1)$$

với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Với $n = 1$, ta có $u_1 = 1 = 2^{1+1} - 3$.

Như thế (1) đúng khi $n = 1$.

Giả sử (1) đúng khi $n = k$, $k \in \mathbb{N}^*$, ta sẽ chứng minh nó cũng đúng khi $n = k + 1$.

Thật vậy, từ công thức xác định dãy số (u_n) và giả thiết quy nạp ta có

$$u_{k+1} = 2u_k + 3 = 2(2^{k+1} - 3) + 3 = 2^{(k+1)+1} - 3.$$

Từ các chứng minh trên suy ra (1) đúng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

13. a) (u_n) là một dãy số tăng.

b) (x_n) là một dãy số giảm.

c) (a_n) là một dãy số giảm.

14. Ta có $u_n = \frac{2}{3} + \frac{5}{3(3n+2)}$. Từ đó suy ra

$$\bullet u_{n+1} - u_n = \frac{5}{3} \left(\frac{1}{3n+5} - \frac{1}{3n+2} \right) < 0 \quad \text{với mọi } n \geq 1.$$

Vì vậy (u_n) là một dãy số giảm.

$$\bullet \frac{2}{3} < u_n \leq 1 \quad \text{với mọi } n \geq 1. \quad \text{Do đó } (u_n) \text{ là một dãy số bị chặn.}$$