§3. NHỊ THỨC NIU-TƠN (1 tiết)

I – MỤC TIÊU

• *Về kiến thức*

Giúp học sinh

– Nắm được công thức nhị thức Niu-tơn ;

– Nắm được quy luật truy hồi thiết lập hàng thứ $n + 1$ của tam giác Pa-xcan khi đã biết hàng thứ n. Thấy mối quan hệ giữa các hệ số trong công thức nhị thức Niu-tơn với các số nằm trên một hàng của tam giác Pa-xcan.

• *Về kĩ năng*

Giúp học sinh

– Biết vận dụng công thức nhị thức Niu-tơn để tìm khai triển các đa thức dạng $(ax+b)^n$ và $(ax-b)^n$;

– Biết thiết lập hàng thứ $n + 1$ của tam giác Pa-xcan từ hàng thứ n.

II – NHỮNG ĐIỀU CẦN LƯU Ý

• Một số sách còn gọi công thức nhị thức Niu-tơn là định lí nhị thức Niu-tơn.

• Trong công thức nhị thức Niu-tơn ta quy ước $a^0 = b^0 = 1$ để có thể viết gọn công thức đó nhờ kí hiệu $\sum$.

• Khai triển $(a-b)^n$ có thể suy từ công thức nhị thức Niu-tơn. Thật vậy

$$(a-b)^n = [a+(-b)]^n = \sum_{k=0}^{n} \mathrm{C}_n^k a^{n-k}(-b)^k = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \mathrm{C}_n^k a^{n-k} b^k. \quad (1)$$

• Công thức nhị thức Niu-tơn

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \mathrm{C}_n^k a^{n-k} b^k$$

là công thức khai triển nhị thức $(a + b)^n$ theo luỹ thừa giảm của a và tăng của b. Nếu muốn viết khai triển nhị thức $(a + b)^n$ theo luỹ thừa tăng của a và giảm của b thì công thức sẽ có dạng

$$(a+b)^n = (b+a)^n = \sum_{k=0}^{n} \mathrm{C}_n^k a^k b^{n-k}.$$

Công thức (1) là khai triển nhị thức $(a - b)^n$ theo luỹ thừa giảm của a và tăng của b. Nếu muốn viết khai triển nhị thức $(a - b)^n$ theo luỹ thừa tăng của a và giảm của b thì công thức sẽ có dạng

$$(a-b)^n = [a+(-b)]^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^k (-b)^{n-k} = \sum_{k=0}^{n} (-1)^{n-k} C_n^k a^k b^{n-k}.$$

Đặc biệt, khai triển của đa thức $(1 - x)^n$ theo luỹ thừa tăng của x là

$$(1 - x)^n = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k C_n^k x^k,$$

và theo luỹ thừa giảm của x là

$$(1 - x)^n = \sum_{k=0}^{n} (-1)^{n-k} C_n^k x^{n-k}.$$

• Cần nhấn mạnh với học sinh quy tắc thiết lập mỗi hàng của tam giác Pa-xcan từ hàng trước nó. Các hàng của tam giác Pa-xcan được thiết lập một cách truy hồi.

• Hàng thứ n của tam giác Pa-xcan là $n + 1$ số sau đây :

$$C_n^0,\ C_n^1,\ C_n^2, ...,\ C_n^{n-1},\ C_n^n.$$

Do đó, về nguyên tắc có thể viết ngay hàng thứ n của tam giác Pa-xcan nhờ công thức trên. Tuy nhiên, trên thực tế ta không tính trực tiếp mà tính nhờ hệ thức truy hồi.

• Trên thực hành, nếu yêu cầu tính C_n^k với n khá lớn, chẳng hạn C_{100}^{20}, thì ta sẽ tính theo công thức chứ không đi thiết lập hàng thứ 100 của tam giác Pa-xcan.

III – GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

*** Gợi ý về các hoạt động trên lớp**

H1 *Mục đích.* Kiểm tra xem học sinh đã biết vận dụng công thức nhị thức Niu-tơn để khai triển đa thức dạng $(ax - b)^n$ hay chưa.

Giải. Ta có số hạng chứa x^2 là $C_5^3(3x)^2(-4)^3$. Vậy hệ số của x^2 là

$$10.\ 9\ .\ (-64) = -5760.$$

H2 *Mục đích.* Kiểm tra xem học sinh đã biết thiết lập hàng thứ $n+1$ từ hàng thứ n của tam giác Pa-xcan hay chưa.

Đáp số. Hàng thứ bảy là 1, 7, 21, 35, 35, 21, 7, 1.

Hàng thứ tám là 1, 8, 28, 56, 70, 56, 28, 8, 1.

IV – GỢI Ý TRẢ LỜI CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

17. Số hạng chứa $x^{101}y^{99}$ trong khai triển $(2x-3y)^{200}$ là $C_{200}^{99}(2x)^{101}(-3y)^{99}$.

Do vậy hệ số của $x^{101}y^{99}$ là $-C_{200}^{99}2^{101}3^{99}$.

18. $C_{13}^{8} = 1287$.

19. $C_{11}^{7} = 330$.

20. Số hạng chứa x^9 trong khai triển $(2-x)^{19}$ là $C_{19}^{9}(-x)^9 2^{10}$. Vậy hệ số của x^9 là

$$-C_{19}^{9}2^{10} = -94\,595\,072.$$