§4. BIẾN CỐ VÀ XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ (2 tiết)

I – MỤC TIÊU

• *Về kiến thức*

Giúp học sinh nắm được các khái niệm cơ bản : phép thử, không gian mẫu, biến cố liên quan đến phép thử, tập hợp mô tả biến cố.

• *Về kĩ năng*

Giúp học sinh

– Biết tính xác suất của biến cố theo định nghĩa cổ điển của xác suất ;

– Biết tính xác suất thực nghiệm (tần suất) của biến cố theo định nghĩa thống kê của xác suất.

II – NHỮNG ĐIỀU CẦN LƯU Ý

• Biến cố luôn gắn với một phép thử mà việc xảy ra hay không xảy ra biến cố đó được quy định bởi kết quả thực hiện phép thử.

• Một biến cố A được mô tả (hay đặc trưng) bởi tập con Ω_A của không gian mẫu Ω (Ω_A bao gồm tất cả các kết quả thuận lợi cho A). Về mặt toán học, ta có thể đồng nhất mỗi biến cố A với một tập con Ω_A mô tả nó. Do đó, có thể định nghĩa biến cố là một tập con của không gian mẫu. Tuy nhiên, để không làm mất đi tính trực quan sinh động vốn có của khái niệm biến cố, SGK này đã không định nghĩa biến cố một cách hình thức như vậy.

• Trong định nghĩa cổ điển của xác suất, một giả thiết quan trọng là không gian mẫu chỉ có hữu hạn phần tử và các kết quả của phép thử phải là đồng khả năng. Khi nào thì có thể giả thiết các kết quả là đồng khả năng ? Thông thường đó là khi mà ta không có một lí do nào để xem kết quả này có nhiều khả năng xảy ra hơn kết quả kia. Chẳng hạn như : khi gieo con súc sắc cân đối, khả năng xuất hiện của các mặt là như nhau ; khi ta gieo đồng xu cân đối thì khả năng lật mặt sấp và mặt ngửa là ngang nhau ; khi ta chọn ngẫu nhiên một người trong một nhóm người thì khả năng được chọn của mỗi người là như nhau ; khi chia một cỗ bài tú lơ khơ, phải tráo cỗ bài thật kĩ thì kết quả mới đồng khả năng.

• Mỗi phần tử của không gian mẫu còn được gọi là một *biến cố sơ cấp*.

• Việc tính xác suất của một biến cố theo định nghĩa cổ điển quy về việc đếm số phần tử của không gian mẫu và đếm số phần tử của tập hợp con mô tả biến cố đang xét. Việc này có liên quan chặt chẽ đến các kiến thức về tổ hợp đã học ở phần trước. Thành thử muốn cho học sinh học tốt bài này, giáo viên phải yêu cầu học sinh nắm chắc phần tổ hợp.

• Giải một bài toán tính xác suất theo định nghĩa cổ điển bao gồm ba bước. Bước một là tính số phần tử của không gian mẫu. Bước hai là tính số phần tử của tập hợp mô tả biến cố đang xét (số kết quả thuận lợi). Bước ba là lấy kết quả của bước hai chia cho kết quả của bước một. Việc tính số phần tử của không gian mẫu (số kết quả có thể) thường đơn giản hơn nhiều so với việc tính số kết quả thuận lợi cho biến cố đang xét. Do đó khi cho điểm, giáo viên cần cho bước hai số điểm lớn hơn.

• Nếu các giả thiết trong định nghĩa cổ điển của xác suất bị vi phạm, ta phải sử dụng tới định nghĩa thống kê của xác suất. Trong SGK có viết : "*Người ta chứng minh được rằng khi số lần thử N càng lớn thì tần suất của biến cố càng gần với một số xác định, số đó được gọi là xác suất của A*". Đây là một cách phát biểu trực quan về một định luật quan trọng của xác suất có tên là *luật số lớn* như sau :

Gọi $f_N(A)$ là tần suất của biến cố A trong N phép thử. Khi đó ta có

$$\lim_{N \to +\infty} f_N(A) = \mathrm{P}(A).$$

Vì khái niệm giới hạn được học sau chương *Tổ hợp và xác suất* nên trong SGK không thể phát biểu chính xác định nghĩa thống kê của xác suất là : "Xác suất của biến cố là giới hạn của tần suất của biến cố đó khi số phép thử *N* tiến ra vô hạn".

III – GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

*** Dự kiến phân phối thời gian**

Tiết đầu dành cho phần Biến cố, tiết sau dành cho phần còn lại.

*** Gợi ý về đồ dùng dạy học**

Giáo viên chuẩn bị 3 đồng xu, 5 con súc sắc cân đối, một bộ bài tú lơ khơ và một bánh xe quay số.

*** Gợi ý về các hoạt động trên lớp**

H1 *Mục đích.* Kiểm tra xem học sinh có biết cách mô tả không gian mẫu của mỗi phép thử hay chưa.

Trả lời. Không gian mẫu là $\Omega = \{SSS, SSN, SNS, SNN, NSS, NSN, NNS, NNN\}$.

H2 *Mục đích.* Củng cố khái niệm "Tập hợp mô tả biến cố *A*" hay tập hợp các kết quả thuận lợi cho *A*.

Đáp số. $\Omega_B = \{1, 3, 5\}$; $\Omega_C = \{2, 3, 5\}$.

H3 *Gợi ý thực hiện.* Giáo viên chuẩn bị 5 con súc sắc cân đối. Gọi 5 học sinh và yêu cầu mỗi em gieo một con súc sắc 10 lần và ghi lại xem mặt *k* chấm xuất hiện bao nhiêu lần trong 10 lần gieo đó ($k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$). Cộng kết quả của 5 em lại, ta được tần số xuất hiện mặt *k* chấm trong 50 lần gieo một con súc sắc.

IV – GỢI Ý TRẢ LỜI CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

25. a) $\Omega = \{1, 2, ..., 50\}$.

b) $\Omega_A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47\}$.

c) $P(A) = \frac{15}{50} = 0,3$.

d) Gọi *B* là biến cố "Số được chọn nhỏ hơn 4". Ta có $P(B) = \frac{3}{50} = 0,06$.

26. a) Gọi *A* là biến cố "Số được chọn là số nguyên tố". Tập các số nguyên tố nhỏ hơn 9 là $\{2, 3, 5, 7\}$. Ta có $P(A) = \frac{4}{8} = 0,5$.

b) Gọi B là biến cố "Số được chọn chia hết cho 3". Tập các số nguyên dương chia hết cho 3 và nhỏ hơn 9 là $\{3, 6\}$. Do đó $P(B) = \dfrac{2}{8} = 0{,}25$.

27. a) Gọi A là biến cố "Hường được chọn". Ta có $P(A) = \dfrac{1}{30}$.

b) Gọi B là biến cố "Hường không được chọn". Khi đó $P(B) = \dfrac{29}{30}$.

c) Gọi C là biến cố "Bạn có số thứ tự nhỏ hơn 12 được chọn". Ta có $P(C) = \dfrac{11}{30}$.

28. a) $\Omega = \{(a\,;b) \mid a, b \in \mathbb{N}^*, 1 \le a \le 6,\ 1 \le b \le 6\}$. Không gian mẫu có 36 phần tử.

b) $\Omega_A = \{(6\,;1), (5\,;1), (5\,;2), (4\,;1), (4\,;2), (4\,;3), (3\,;1), (3\,;2), (3\,;3), (3\,;4), (2\,;1), (2\,;2), (2\,;3), (2\,;4), (2\,;5), (1\,;1), (1\,;2), (1\,;3), (1\,;4), (1\,;5), (1\,;6)\}$. Tập Ω_A có 21 phần tử. Vậy $P(A) = \dfrac{21}{36} = \dfrac{7}{12}$.

c) $\Omega_B = \{(6\,;1), (6\,;2), (6\,;3), (6\,;4), (6\,;5), (6\,;6), (1\,;6), (2\,;6), (3\,;6), (4\,;6), (5\,;6)\}$. Tập Ω_B có 11 phần tử. Vậy $P(B) = \dfrac{11}{36}$.

$\Omega_C = \{(6\,;1), (6\,;2), (6\,;3), (6\,;4), (6\,;5), (1\,;6), (2\,;6), (3\,;6), (4\,;6), (5\,;6)\}$. Tập Ω_C có 10 phần tử. Do đó $P(C) = \dfrac{10}{36} = \dfrac{5}{18}$.

29. Số kết quả có thể là C_{20}^5. Số kết quả thuận lợi là số cách chọn 5 số trong tập $\{1, 2, \ldots, 10\}$. Do đó, số kết quả thuận lợi là C_{10}^5. Vậy xác suất cần tìm là $\dfrac{C_{10}^5}{C_{20}^5} \approx 0{,}016$.