

## §6. BIẾN NGẪU NHIÊN RỜI RẠC (2 tiết)

### I – MỤC TIÊU

- *Về kiến thức*

Giúp học sinh

- Hiểu thế nào là một biến ngẫu nhiên rời rạc ;
- Hiểu và đọc được nội dung bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc.
- Nắm được công thức tính kì vọng, phương sai và độ lệch chuẩn của biến ngẫu nhiên rời rạc.
- Hiểu được ý nghĩa của kì vọng, phương sai và độ lệch chuẩn.

- *Về kỹ năng*

Giúp học sinh

- Biết cách lập bảng phân bố xác suất của một biến ngẫu nhiên rời rạc ;
- Biết cách tính các xác suất liên quan tới một biến ngẫu nhiên rời rạc từ bảng phân bố xác suất của nó.
- Biết cách tính kì vọng, phương sai và độ lệch chuẩn của biến ngẫu nhiên rời rạc  $X$  từ bảng phân bố xác suất của  $X$ .

### II – NHỮNG ĐIỀU CẦN LUU Ý

- Thông thường các giá trị của  $X$  trên bảng phân bố xác suất được viết theo thứ tự tăng dần từ trái qua phải.
- Việc lập bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc  $X$  bao gồm hai bước :

*Bước 1.* Xác định tập giá trị  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  của  $X$ .

*Bước 2.* Tính các xác suất  $P(X=x_i) = p_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). Tính  $P(X=x_i)$  nghĩa là tính xác suất của biến cố "X nhận giá trị  $x_i$ ".

Việc xác định tập giá trị của  $X$  (tức là thiết lập dòng đầu tiên của bảng) thường đơn giản hơn nhiều so với việc tính các xác suất  $P(X=x_i)$  (tức là thiết lập dòng thứ hai của bảng). Do đó, khi cho điểm giáo viên cần cho bước 2 số điểm lớn hơn.

- Trong bảng phân bố xác suất của  $X$ , ở dòng thứ hai ta phải có  $p_i > 0$  và  $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ . Vì hợp của các biến cố " $X = x_i$ " ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) là biến cố chắc chắn và các biến cố ấy đối một xung khắc nên theo quy tắc cộng ta có

$$1 = \sum_{i=1}^n P(X = x_i) = \sum_{i=1}^n p_i.$$

Đó là điều kiện cần để bảng phân bố xác suất của  $X$  mà ta thiết lập là đúng. Điều kiện này không là điều kiện đủ. Nói một cách khác, nếu điều kiện này bị vi phạm thì bảng ta lập là sai. Nhưng nếu điều kiện này được thoả mãn thì cũng chưa đảm bảo bảng ta lập là đúng.

- Biết được bảng phân bố xác suất của  $X$  thì coi như ta đã biết đầy đủ về  $X$ . Từ đó, về nguyên tắc có thể tính được tất cả các xác suất có liên quan tới  $X$ .
- Kì vọng cho ta một ý niệm về độ lớn trung bình của biến ngẫu nhiên rời rạc  $X$ . Kì vọng của  $X$  không nhất thiết là một trong các giá trị của  $X$ .
- Nếu gọi  $m$  và  $M$  tương ứng là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất trong các giá trị của  $X$  thì  $m \leq x_i \leq M$  ( $i = 1, \dots, n$ ).

Suy ra  $mp_i \leq x_i p_i \leq Mp_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ), do đó  $m \sum_{i=1}^n p_i \leq \sum_{i=1}^n x_i p_i \leq M \sum_{i=1}^n p_i$ ,

hay  $m \leq E(X) \leq M$  (vì  $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ ). Vậy kì vọng  $E(X)$  nằm trong đoạn  $[m ; M]$ .

Nhận xét này để kiểm tra sơ bộ xem ta đã tính đúng  $E(X)$  chưa.

- Để tính được  $E(X)$  và  $V(X)$  nói chung ta phải biết bảng phân bố xác suất của  $X$ . Khi đã biết bảng phân bố xác suất của  $X$  thì việc tính  $E(X)$  và  $V(X)$  chỉ còn là vấn đề thuần tuý tính toán. Tuy nhiên, giáo viên chỉ yêu cầu học sinh biết tính  $E(X)$  và  $V(X)$  một cách trực tiếp từ bảng phân bố xác suất của  $X$ .
- Giáo viên nên khuyến khích học sinh sử dụng máy tính bỏ túi (MTBT) khi tính  $E(X)$ ,  $V(X)$  và  $\sigma(X)$ . Trong các kì kiểm tra phải cho học sinh dùng MTBT. Khi tính  $V(X)$  nên dùng công thức (1) §6 trong SGK sẽ thuận tiện hơn dùng định nghĩa.

### III – GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

#### \* Dự kiến phân phối thời gian

Thời gian thực hiện bài này dự kiến là 2 tiết, trong đó : tiết đầu dành cho khái niệm bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên ; tiết hai dành cho khái niệm kì vọng và phương sai của biến ngẫu nhiên.

#### \* Gợi ý về các hoạt động trên lớp

**H1** *Mục đích.* Đánh giá xem học sinh đã biết đọc hiểu nội dung của bảng phân bố xác suất và tính các xác suất liên quan hay chưa.

*Giải*

a)  $P(X=2) = 0,3.$

b)  $P(X > 3) = P(X=4) + P(X=5) = 0,1 + 0,1 = 0,2.$

**H2** *Mục đích.* Giúp học sinh thấy cách thiết lập dòng thứ hai của bảng phân bố xác suất của  $X$ .

*Giải*

Ta có  $P(X=2)$  là xác suất để chọn được 2 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ.

Ta có  $C_4^2 = 6$  cách chọn 2 viên bi xanh và  $C_6^1 = 6$  cách chọn 1 viên bi đỏ. Theo quy tắc nhân xác suất, ta có  $6 \cdot 6 = 36$  cách chọn 2 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ. Do đó  $P(X=2) = \frac{36}{120} = \frac{3}{10}.$

$P(X=3)$  là xác suất để chọn được cả 3 viên bi xanh. Ta có  $C_4^3 = 4$  cách chọn 3 viên bi xanh. Vậy  $P(X=3) = \frac{4}{120} = \frac{1}{30}.$

Bảng phân bố xác suất của  $X$  là

$X$	0	1	2	3
$P$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$

Theo hướng dẫn thực hiện chương trình, đối với khái niệm kì vọng và phương sai của biến ngẫu nhiên rời rạc chỉ yêu cầu học sinh nắm được định nghĩa và giải được các bài tập rất đơn giản áp dụng trực tiếp công thức. Để đánh giá

xem học sinh đã nắm được định nghĩa hay chưa, nếu thấy cần thiết, giáo viên cho học sinh luyện tập tại lớp bằng hoạt động sau đây.

Cho  $X$  là biến ngẫu nhiên rời rạc có bảng phân bố xác suất như sau :

$X$	0	1
P	0,4	0,6

Tính kì vọng, phương sai và độ lệch chuẩn (tính chính xác đến hàng phần trăm).

$$\text{Đáp số: } E(X) = 0,6 ; \quad V(X) = 0,24 ; \quad \sigma(X) \approx 0,49.$$

#### IV – GỢI Ý TRẢ LỜI CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

**43.**  $X$  là một biến ngẫu nhiên rời rạc vì :

- Giá trị của  $X$  là một số thuộc tập hợp  $\{1, 2, \dots, 100\}$  (vì số người trong mỗi gia đình ở Việt Nam chắc chắn không thể vượt quá 100).
- Giá trị của  $X$  là ngẫu nhiên (vì giá trị đó phụ thuộc vào bạn học sinh mà ta chọn một cách ngẫu nhiên).

**44.**  $X$  là một biến ngẫu nhiên rời rạc. Tập hợp các giá trị của  $X$  là  $\{0, 1, 2, 3\}$ .

Để lập bảng phân bố xác suất của  $X$ , ta phải tính các xác suất  $P(X = 0)$ ,  $P(X = 1)$ ,  $P(X = 2)$  và  $P(X = 3)$ .

Không gian mẫu gồm 8 phần tử sau :

$$\{\text{TTT}, \text{TTG}, \text{TGT}, \text{TGG}, \text{GTT}, \text{GTG}, \text{GGT}, \text{GGG}\},$$

trong đó chẳng hạn GTG chỉ giới tính của ba người con lần lượt là Gái, Trai, Gái.

Như vậy không gian mẫu gồm 8 kết quả có đồng khả năng.

Gọi  $A_k$  là biến cố "Gia đình đó có  $k$  con trai" ( $k = 0, 1, 2, 3$ ).

$$P(X = 0) = P(A_0) = \frac{1}{8} \text{ (vì chỉ có một kết quả thuận lợi cho } A_0 \text{ là GGG)};$$

$$P(X = 1) = P(A_1) = \frac{3}{8} \text{ (vì có 3 kết quả thuận lợi cho } A_1 \text{ là TGG, GTG và GGT)};$$

$P(X=2) = P(A_2) = \frac{3}{8}$  (vì có 3 kết quả thuận lợi cho  $A_2$  là GTT, TGT và TTG) ;

$P(X=3) = P(A_3) = \frac{1}{8}$  (vì chỉ có một kết quả thuận lợi cho  $A_3$  là TTT) ;

Vậy bảng phân bố xác suất của  $X$  là

$X$	0	1	2	3
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

**45.** a) Gọi  $A$  là biến cố "Phải tăng bác sĩ trực". Từ điều kiện của bài ra, ta có

$$P(A) = P(X > 2) = P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) = 0,2 + 0,1 + 0,05 = 0,35.$$

$$\text{b) } P(X > 0) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0,15 = 0,85.$$

**46.**  $P(X > 2) = 0,35$ .

**47.**  $E(X) = 1,5$  ;  $V(X) = 0,75$  ;  $\sigma(X) \approx 0,87$ .

**48.**  $E(X) = 2,05$  ;  $V(X) \approx 1,85$  ;  $\sigma(X) \approx 1,36$ .

**49.**  $E(X) = 1,85$  ;  $V(X) \approx 2,83$  ;  $\sigma(X) \approx 1,68$ .