LUYỆN TẬP (1 tiết)

I – MỤC ĐÍCH

Trong bài luyện tập này, ngoài những bài toán giúp học sinh củng cố kiến thức về các tính chất chẵn - lẻ, tính chất tuần hoàn của hàm số, còn có những bài tập về đồ thị của hàm số lượng giác.

II – GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

Giáo viên cần cho học sinh ôn lại những kiến thức cũ có liên quan như vấn đề hàm số chẵn, hàm số lẻ, tịnh tiến đồ thị, ...

III – GỢI Ý TRẢ LỜI CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

7. a) $y = f(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ không phải là hàm số chẵn, không phải là hàm số lẻ, vì chẳng hạn $f\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 0$, $f\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = -1$.

b) Tập xác định là $\mathcal{D}_1 = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \middle| k \in \mathbb{Z}\right\}$ của hàm số thoả mãn $\forall x \in \mathcal{D}_1$ thì $-x \in \mathcal{D}_1$ và $\tan|-x| = \tan|x|$ nên $y = \tan|x|$ là hàm số chẵn.

c) Tập xác định là $\mathcal{D}_1$ của hàm số thoả mãn $\forall x \in \mathcal{D}_1$ thì $-x \in \mathcal{D}_1$ và $\tan(-x) - \sin(-2x) = -\tan x + \sin 2x = -(\tan x - \sin 2x)$ nên $y = \tan x - \sin 2x$ là hàm số lẻ.

8. a) $-\sin^2(x + k\pi) = -[(-1)^k \sin x]^2 = -\sin^2 x$.

b) $3\tan^2(x + k\pi) + 1 = 3\tan^2 x + 1$, do $\tan(x + k\pi) = \tan x$.

c) $\sin(x + k\pi)\cos(x + k\pi) = (-1)^k \sin x.(-1)^k \cos x = \sin x \cos x$.

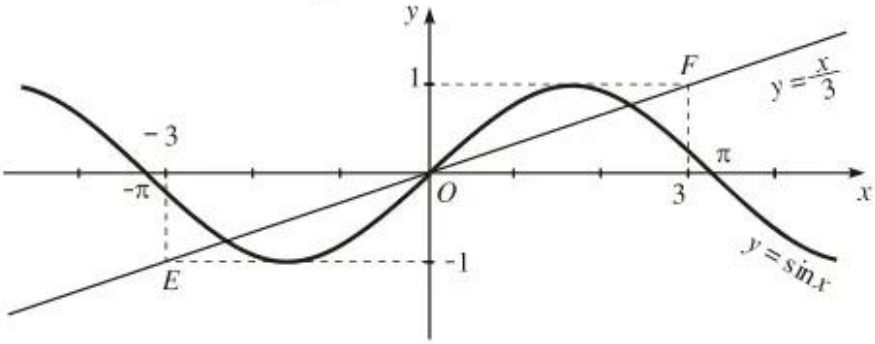
d) $\sin(x + k\pi)\cos(x + k\pi) + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2(x + k\pi)$

$= (-1)^k \sin x.(-1)^k \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos(2x + 2k\pi) = \sin x \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x$.

9. $f\left(x+k\dfrac{2\pi}{\omega}\right)=A\sin\left[\omega\left(x+k\dfrac{2\pi}{\omega}\right)+\alpha\right]$

$$= A\sin(\omega x+\alpha+k2\pi)=A\sin(\omega x+\alpha)=f(x).$$

10. *Cách 1.* Đường thẳng $y=\dfrac{x}{3}$ đi qua các điểm $E(-3\ ;\ -1)$ và $F(3\ ;\ 1)$ (h. 1.2).



Hình 1.2

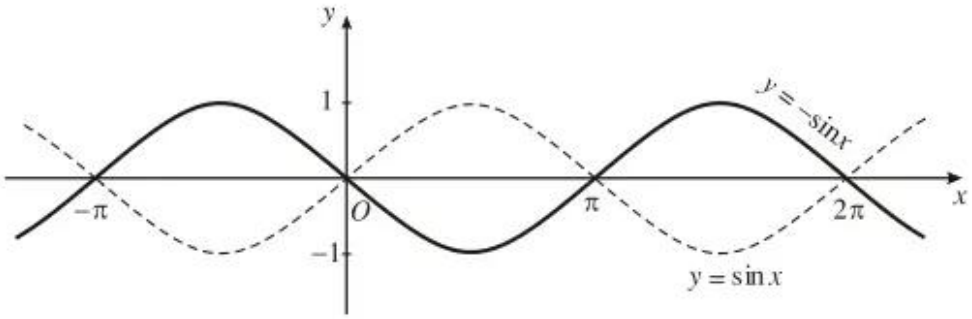
Chỉ có đoạn thẳng EF của đường thẳng đó nằm trong dải $\{(x\ ;\ y)\mid -1\le y\le 1\}$ (dải này chứa đồ thị của hàm số $y=\sin x$). Vậy các giao điểm của đường thẳng $y=\dfrac{x}{3}$ với đồ thị của hàm số $y=\sin x$ phải thuộc đoạn thẳng EF ; mọi điểm của đoạn thẳng này cách O một khoảng không dài hơn $\sqrt{9+1}=\sqrt{10}$ (và rõ ràng E, F không thuộc đồ thị của hàm số $y=\sin x$).

Cách 2. Giao điểm có toạ độ $(x_0\ ;\ y_0)$ thì

$$|y_0|=|\sin x_0|\le 1\ ;\ |x_0|=|3y_0|\le 3$$

nên $x_0^2+y_0^2\le 10$.

11. a) Đồ thị của hàm số $y=-\sin x$ là hình đối xứng qua trục hoành của đồ thị hàm số $y=\sin x$ (h. 1.3).



Hình 1.3

b) Do $|\sin x| = \begin{cases} \sin x & \text{nếu } \sin x \geq 0, \\ -\sin x & \text{nếu } \sin x < 0 \end{cases}$

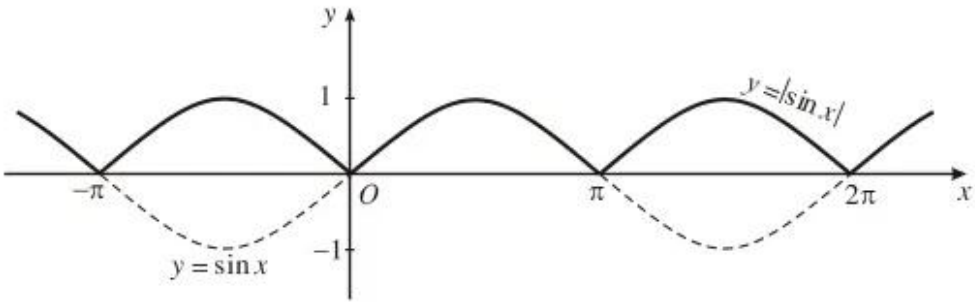
nên đồ thị của hàm số $y = |\sin x|$ có được từ đồ thị $(\mathscr{C})$ của hàm số $y = \sin x$ bằng cách :

– Giữ nguyên phần của đồ thị $(\mathscr{C})$ nằm trong nửa mặt phẳng $y \geq 0$ (tức là nửa mặt phẳng bên trên trục hoành kể cả bờ Ox) ;

– Lấy hình đối xứng qua trục hoành phần của đồ thị $(\mathscr{C})$ nằm trong nửa mặt phẳng $y < 0$ (tức là nửa mặt phẳng bên dưới trục hoành không kể bờ Ox) ;

– Xoá phần của đồ thị $(\mathscr{C})$ nằm trong nửa mặt phẳng $y < 0$.

– Đồ thị $y = |\sin x|$ là đường liền nét trong hình 1.4.



Hình 1.4

c) Do $\sin|x| = \begin{cases} \sin x & \text{nếu } x \geq 0, \\ \sin(-x) & \text{nếu } x < 0 \end{cases}$

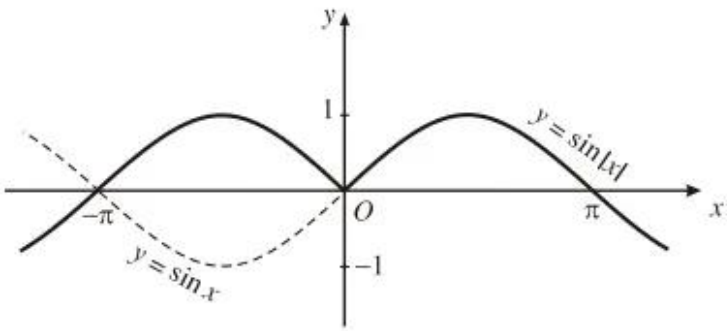
nên đồ thị của hàm số $y = \sin|x|$ có được từ đồ thị $(\mathscr{C})$ của hàm số $y = \sin x$ bằng cách :

– Giữ nguyên phần của đồ thị $(\mathscr{C})$ nằm trong nửa mặt phẳng $x \geq 0$ (tức nửa mặt phẳng bên phải trục tung kể cả bờ Oy) ;

– Xoá phần của đồ thị $(\mathscr{C})$ nằm trong nửa mặt phẳng $x < 0$ (tức nửa mặt phẳng bên trái trục tung không kể bờ Oy) ;

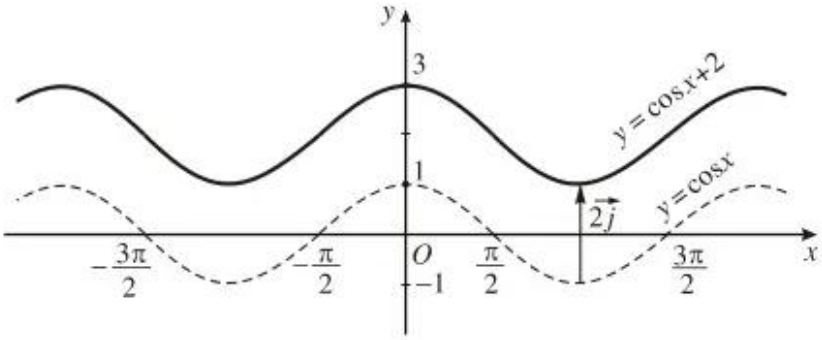
– Lấy hình đối xứng qua trục tung phần của đồ thị $(\mathscr{C})$ nằm trong nửa mặt phẳng $x > 0$.

– Đồ thị $y = \sin|x|$ là đường nét liền trong hình 1.5.



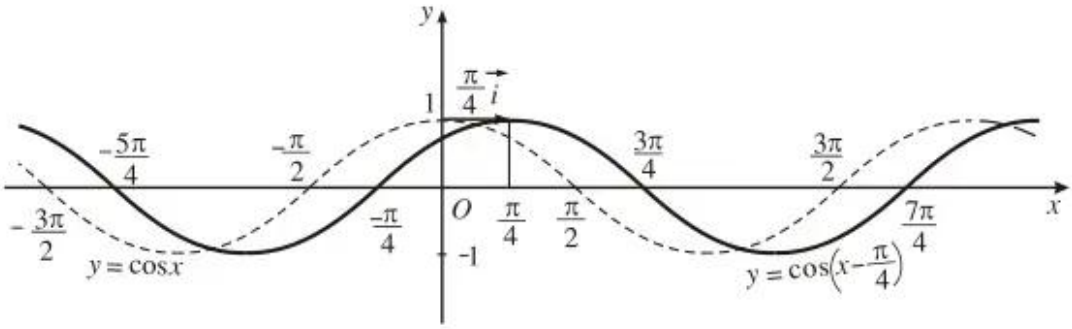
Hình 1.5

12. a) Đồ thị của hàm số $y = \cos x + 2$ có được do tịnh tiến đồ thị của hàm số $y = \cos x$ lên trên một đoạn có độ dài bằng 2, tức là tịnh tiến theo vectơ $2\vec{j}$ ($\vec{j}$ là vectơ đơn vị trên trục tung) (h. 1.6).



Hình 1.6

Đồ thị của hàm số $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ có được do tịnh tiến đồ thị của hàm số $y = \cos x$ sang phải một đoạn có độ dài $\frac{\pi}{4}$, tức là tịnh tiến theo vectơ $\frac{\pi}{4}\vec{i}$ ($\vec{i}$ là vectơ đơn vị trên trục hoành) (h. 1.7).



Hình 1.7

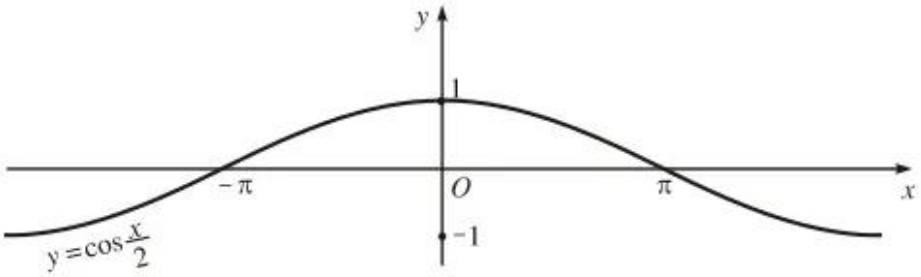
b) Rõ ràng $\cos(x + 2\pi) + 2 = \cos x + 2$ và $\cos\left(x + 2\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ với mọi x, nên cả hai hàm số $y = \cos x + 2$ và $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ đều là hàm số tuần hoàn.

13. a) $f(x + k4\pi) = \cos\frac{1}{2}(x + k4\pi) = \cos\left(\frac{x}{2} + k2\pi\right) = \cos\frac{x}{2} = f(x)$.

b)

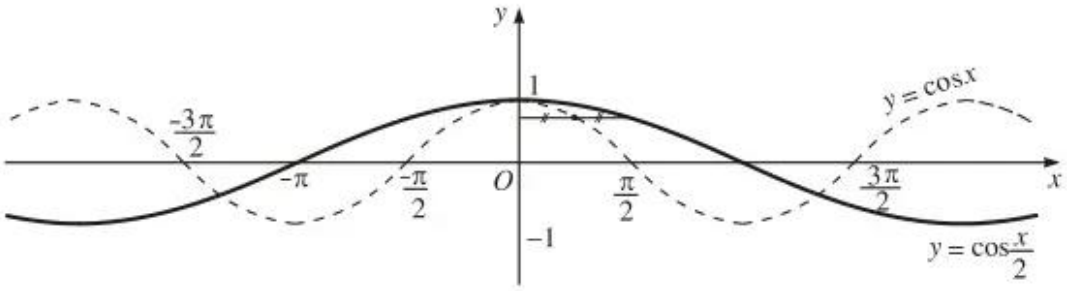
x	-2π	$-\pi$	0	π	2π
$\frac{x}{2}$	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos\frac{x}{2}$	-1 ↗	0 ↗	1 ↘	0 ↘	-1

c) Xem hình 1.8.



Hình 1.8

d) Nếu đặt $x' = 2x$, $y' = y$ thì $y = \cos x$ khi và chỉ khi $y' = \cos\frac{x'}{2}$. Do đó phép biến đổi xác định bởi $(x\,;\,y) \mapsto (x'\,;\,y')$ sao cho $x' = 2x$, $y' = y$ biến đồ thị hàm số $y = \cos x$ thành đồ thị hàm số $y = \cos\frac{x}{2}$ (h. 1.9).



Hình 1.9