

## LUYỆN TẬP (1 tiết)

### I – MỤC ĐÍCH

Bài này nhằm giúp cho học sinh

- Áp dụng các định nghĩa của hàm số liên tục, nhận xét 1), 2) và định lí 1 để chứng minh hàm số liên tục tại một điểm, trên một nửa khoảng...
- Áp dụng định lí về giá trị trung gian của hàm số liên tục để chứng minh sự tồn tại nghiệm của một vài phương trình đơn giản.

### II – GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

Các bài tập trong phần này đơn giản nên yêu cầu học sinh giải tất cả các bài tập. Trong phần gợi ý trả lời câu hỏi và bài tập dưới đây chỉ nêu gợi ý của một số câu.

### III – GỢI Ý TRẢ LỜI CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

**50. b)** *Gợi ý.* Tập xác định của hàm số  $g$  là  $[3; +\infty)$ . Hãy chứng minh rằng hàm số  $g$  liên tục trên khoảng  $(3; +\infty)$  và  $\lim_{x \rightarrow 3^+} g(x) = g(3)$ .

**51. a)** • Các hàm số  $x \mapsto x^2$  và  $x \mapsto \sin x$  đều liên tục trên  $\mathbb{R}$ ; do đó tích của chúng cũng là hàm số  $x \mapsto x^2 \sin x$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

• Tương tự, các hàm số  $x \mapsto -2 \cos^2 x$  và  $x \mapsto 3$  cũng là những hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Do đó hàm số  $f(x) = x^2 \sin x - 2 \cos^2 x + 3$ , tổng của ba hàm số đã nêu, liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

*Cách khác*

Với mọi  $x_0 \in \mathbb{R}$ , ta có

$$\lim_{x \rightarrow x_0} x^2 = x_0^2, \quad \lim_{x \rightarrow x_0} \sin x = \sin x_0 \quad \text{và} \quad \lim_{x \rightarrow x_0} \cos x = \cos x_0.$$

(Vì các hàm số  $y = \sin x$  và  $y = \cos x$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ ).

Do đó

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} (x^2 \sin x - 2 \cos^2 x + 3) = x_0^2 \sin x_0 - 2 \cos^2 x_0 + 3 = f(x_0).$$

Vậy hàm số  $f$  liên tục tại mọi điểm  $x_0 \in \mathbb{R}$ . Do đó hàm số  $f$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**52.** Giáo viên tự giải.

**53.** Hàm số  $f(x) = x^3 + x + 1$  liên tục trên đoạn  $[-1; 0]$ . Ta có  $f(-1) = -1$  và  $f(0) = 1$ . Vì  $f(-1)f(0) < 0$  nên theo hệ quả của định lí về giá trị trung gian của hàm số liên tục, tồn tại ít nhất một điểm  $c \in (-1; 0)$  sao cho  $f(c) = 0$ . Số  $c$  là nghiệm âm lớn hơn  $-1$  của phương trình đã cho.

**54.** Gợi ý

b) Vì  $f(x) \neq 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$  nên phương trình  $f(x) = 0$  không có nghiệm.

c) Điều khẳng định trong b) không mâu thuẫn với định lí về giá trị trung gian của hàm số liên tục vì hàm số  $f$  gián đoạn tại điểm  $x = 0 \in [-1; 2]$ .