LUYỆN TẬP (2 tiết)

I – MỤC ĐÍCH

Luyện tập thêm việc giải các phương trình lượng giác cơ bản.

II – GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

Một số bài tập trong phần này có tính tổng hợp, đòi hỏi học sinh phải chuẩn bị tốt trước khi đến lớp. Giáo viên có thể kết hợp chữa một số bài tập khác, có tính cơ bản nếu thấy cần thiết.

Cũng như bài tập 24, khi giải bài tập 25, học sinh thường gặp nhiều khó khăn. Do đó giáo viên nên cân nhắc việc chữa hay không chữa các bài tập này, để phòng việc mất quá nhiều thời gian cho các bài tập đó, trong khi có thể học sinh còn chưa thật vững vàng các kĩ năng cơ bản.

III – GỢI Ý TRẢ LỜI CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

23. a) Ta phải có $\sin x \neq -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ tức là $x \neq -\dfrac{\pi}{4} + k2\pi$ và $x \neq -\dfrac{3\pi}{4} + k2\pi$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là

$$\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left(\left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi \,\middle|\, k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \,\middle|\, k \in \mathbb{Z} \right\} \right).$$

b) Điều kiện là $\cos 2x - \cos x \neq 0$, tức là $\cos 2x \neq \cos x$. Ta có

$$2\cos 2x = \cos x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = x + k2\pi \\ 2x = -x + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k2\pi, \\ x = k\dfrac{2\pi}{3}. \end{array}\right.$$

Sử dụng đường tròn lượng giác, dễ thấy có thể kết hợp các họ nghiệm này thành một họ nghiệm $x = k\dfrac{2\pi}{3}$. Vậy hàm số đã cho xác định với $x \neq k\dfrac{2\pi}{3}$.

Tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\dfrac{2\pi}{3} \,\middle|\, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

c) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left(\left\{ -\dfrac{\pi}{4} + k\pi \,\middle|\, k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \dfrac{\pi}{2} + k\pi \,\middle|\, k \in \mathbb{Z} \right\} \right)$.

d) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left(\left\{ -\dfrac{\pi}{6} + k\dfrac{\pi}{2} \,\middle|\, k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ k\dfrac{\pi}{2} \,\middle|\, k \in \mathbb{Z} \right\} \right)$.

24. a) Vì $t = 0$ nên $d = 4000\cos\left(-\dfrac{10\pi}{45}\right) = 4000\cos\dfrac{2\pi}{9}$. Do đó

$h = |d| \approx 3\,064{,}178$ (km).

b) $d = 2000 \Leftrightarrow 4000\cos\left[\dfrac{\pi}{45}(t-10)\right] = 2000 \Leftrightarrow \cos\left[\dfrac{\pi}{45}(t-10)\right] = \dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{\pi}{45}(t-10) = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow t = 10 \pm 15 + 90k \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 25 + 90k, \\ t = -5 + 90k. \end{array}\right.$

Chú ý rằng $t > 0$, ta thấy ngay giá trị nhỏ nhất của t là $t = 25$. Vậy $d = 2000$(km) xảy ra lần đầu tiên sau khi phóng con tàu vào quỹ đạo được 25 phút.

c) $d = -1236 \Leftrightarrow 4000\cos\left[\dfrac{\pi}{45}(t-10)\right] = -1236$

$$\Leftrightarrow \quad \cos\left[\dfrac{\pi}{45}(t-10)\right] = -0{,}309$$

$\Leftrightarrow \dfrac{\pi}{45}(t-10) = \pm\,\alpha + k2\pi$ (với $k \in \mathbb{Z}$ và $\cos\alpha = -0{,}309$)

$\Leftrightarrow t = \pm\dfrac{45}{\pi}\alpha + 10 + 90k.$

Sử dụng bảng số hoặc máy tính bỏ túi, ta có thể chọn $\alpha \approx 1{,}885$. Khi đó ta có

$t \approx \pm\, 27{,}000 + 10 + 90k$, tức là $t \approx -17{,}000 + 90k$ hoặc $t \approx 37{,}000 + 90k$.

Dễ thấy giá trị dương nhỏ nhất của t là 37,000. Vậy $d = -1236$(km) xảy ra lần đầu tiên là 37,000 phút sau khi con tàu được phóng vào quỹ đạo.

25. a) Chiếc gàu ở vị trí thấp nhất khi $\sin\left[2\pi\left(x - \frac{1}{4}\right)\right] = -1$. Ta có

$$\sin\left[2\pi\left(x - \frac{1}{4}\right)\right] = -1 \Leftrightarrow 2\pi\left(x - \frac{1}{4}\right) = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = k \text{ (với } k \in \mathbb{N}).$$

Điều đó chứng tỏ rằng chiếc gàu ở vị trí thấp nhất tại các thời điểm 0 phút ; 1 phút ; 2 phút ; 3 phút ; ....

b) Chiếc gàu ở vị trí cao nhất khi $\sin\left[2\pi\left(x - \frac{1}{4}\right)\right] = 1$. Ta có

$$\sin\left[2\pi\left(x - \frac{1}{4}\right)\right] = 1 \Leftrightarrow 2\pi\left(x - \frac{1}{4}\right) = \frac{\pi}{2} + k2\pi$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2} + k \text{ (với } k \in \mathbb{N}).$$

Điều đó chứng tỏ chiếc gàu ở vị trí cao nhất tại các thời điểm 0,5 phút ; 1,5 phút ; 2,5 phút ; 3,5 phút ; ....

c) Chiếc gàu cách mặt nước 2 mét khi $\sin\left[2\pi\left(x - \frac{1}{4}\right)\right] = 0$, nghĩa là tại các thời điểm $x = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}k$ (phút) ; do đó lần đầu tiên nó cách mặt nước 2 mét khi quay được $\frac{1}{4}$ phút (ứng với $k = 0$).

26. a) $\cos 3x = \sin 2x \Leftrightarrow \cos 3x - \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = 0$

$$\Leftrightarrow -2\sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{5x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} = k\pi \\ \frac{5x}{2} - \frac{\pi}{4} = k\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, \\ x = \frac{\pi}{10} + k\frac{2\pi}{5}. \end{array}\right.$$

b) $\sin(x - 120^{\circ}) - \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \cos(210^{\circ} - x) - \cos 2x = 0$

$$\Leftrightarrow -2\sin\left(\frac{x}{2} + 105^{\circ}\right)\sin\left(105^{\circ} - \frac{3x}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{x}{2} + 105^{\circ} = k180^{\circ} \\ 105^{\circ} - \dfrac{3x}{2} = k180^{\circ} \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -210^{\circ} + k360^{\circ}, \\ x = 70^{\circ} + k120^{\circ}. \end{array}\right.$$

Chú ý. Bài này nhằm giới thiệu một cách giải khác với cách đưa về phương trình $\sin P(x) = \sin Q(x)$ hay $\cos P(x) = \cos Q(x)$ trong SGK.