LUYỆN TẬP (2 tiết)

I – MỤC ĐÍCH

Bài này có mục đích giúp cho học sinh củng cố, ôn tập các kiến thức và kĩ năng trong các bài §4 và §5.

II – GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

Trước hết giáo viên ôn tập và kiểm tra kiến thức của học sinh về phép thử, không gian mẫu, tập hợp mô tả biến cố, định nghĩa cổ điển của xác suất, định nghĩa thống kê của xác suất, các quy tắc tính xác suất. Sau đó gọi học sinh lên bảng chữa các bài tập từ 38 đến 42. Đối với mỗi bài toán, giáo viên cần phân tích chi tiết lời giải, chỉ ra các chỗ sai (nếu có) của học sinh.

III – GỢI Ý TRẢ LỜI CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

38. Gọi A là biến cố "Thẻ rút từ hòm thứ nhất không đánh số 12", B là biến cố "Thẻ rút từ hòm thứ hai không đánh số 12" Ta có $\mathrm{P}(A) = \mathrm{P}(B) = \frac{11}{12}$. Gọi H là biến cố "Trong hai thẻ rút từ hai hòm có ít nhất một thẻ đánh số 12". Khi đó biến cố đối của biến cố H là $\overline{H}$: "Cả hai thẻ rút từ hai hòm đều không đánh số 12". Vậy $\overline{H} = AB$. Theo quy tắc nhân xác suất, ta có

$$\mathrm{P}(\overline{H}) = \mathrm{P}(AB) = \mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B) = \frac{121}{144}.$$

Vậy $$\mathrm{P}(H) = 1 - \mathrm{P}(\overline{H}) = 1 - \frac{121}{144} = \frac{23}{144}.$$

39. a) Vì $\mathrm{P}(AB) = 0{,}2 \neq 0$ nên hai biến cố A và B không xung khắc.

b) Ta có $\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B) = 0{,}12$. Vì $\mathrm{P}(AB) = 0{,}2 \neq 0{,}12 = \mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$ nên hai biến cố A và B không độc lập với nhau.

40. Gọi n là số trận mà An chơi. A là biến cố "An thắng ít nhất một trận trong loạt chơi n trận". Biến cố đối của biến cố A là $\overline{A}$: "An thua cả n trận". Ta có $\mathrm{P}(\overline{A}) = (0{,}6)^n$.

Vậy $\mathrm{P}(A) = 1 - (0{,}6)^n$. Ta cần tìm số nguyên dương n nhỏ nhất thoả mãn

$$\mathrm{P}(A) \geq 0{,}95 \text{ tức là } 0{,}05 \geq (0{,}6)^n.$$

Ta có $(0{,}6)^5 \approx 0{,}078$; $(0{,}6)^6 \approx 0{,}047$. Vậy n nhỏ nhất là 6. Thành thử An phải chơi tối thiểu 6 trận.

41. Gọi B là biến cố "Tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc sắc là 8". Tập hợp mô tả biến cố B gồm 5 phần tử :

$$\Omega_B = \{(2 ; 6), (6 ; 2), (3 ; 5), (5 ; 3), (4 ; 4)\},$$

và không gian mẫu Ω có 36 phần tử (ví dụ 4 §4).

Khi đó $\qquad P(B) = \dfrac{5}{36}$.

42. Giả sử T là phép thử "Gieo ba con súc sắc".

Kết quả của T là bộ ba số (x, y, z), trong đó x, y, z tương ứng là kết quả của việc gieo con súc sắc thứ nhất, thứ hai, thứ ba. Không gian mẫu của T có $6 . 6 . 6 = 216$ phần tử. Gọi A là biến cố "Tổng số chấm trên mặt xuất hiện của ba con súc sắc là 9". Ta có tập hợp các kết quả thuận lợi cho A là

$$\Omega_A = \{(x, y, z) \mid x + y + z = 9, 1 \le x \le 6, 1 \le y \le 6, 1 \le z \le 6 \text{ và } x, y, z \in \mathbb{N}^*\}.$$

Nhận xét $\qquad 9 = 1 + 2 + 6 = 1 + 3 + 5 = 2 + 3 + 4$

$\qquad\qquad = 1 + 4 + 4 = 2 + 2 + 5 = 3 + 3 + 3.$

Tập $\{1, 2, 6\}$ cho ta 6 phần tử của Ω_A là (1, 2, 6), (1, 6, 2), (6, 1, 2), (6, 2, 1), (2, 1, 6), (2, 6, 1).

Tương tự các tập $\{1, 3, 5\}$, $\{2, 3, 4\}$, mỗi tập cho ta 6 phần tử của Ω_A ; các tập $\{1, 4, 4\}$, $\{2, 2, 5\}$, mỗi tập cho ta 3 phần tử của Ω_A ; tập $\{3, 3, 3\}$ cho ta duy nhất một phần tử của Ω_A.

Vậy $\qquad |\Omega_A| = 6 + 6 + 6 + 3 + 3 + 1 = 25.$

Suy ra $\qquad P(A) = \dfrac{25}{216}$.

IV – BỔ SUNG KIẾN THỨC

Công thức tính xác suất của hợp hai hoặc ba biến cố

Cho ba biến cố A, B, C bất kì cùng liên quan đến một phép thử. Khi đó

i) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$,

ii) $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(BC) - P(AC) + P(ABC)$.

Ví dụ.

Một Nhà xuất bản phát hành ba tên sách A, B, C. Thống kê cho thấy có 50% học sinh mua sách A ; 70% học sinh mua sách B ; 60% học sinh mua sách C ; 30% học sinh mua sách A và B ; 40% học sinh mua sách

B và C ; 20% học sinh mua sách A và C ; 10% học sinh mua cả ba tên sách A, B, C. Chọn ngẫu nhiên một học sinh.

a) Tính xác suất để em đó mua sách A hoặc sách B.

b) Tính xác suất để em đó mua ít nhất một trong ba tên sách nói trên.

c) Tính xác suất để em đó mua đúng hai trong ba tên sách nói trên.

Giải

Gọi A là biến cố "Em đó mua sách A", B là biến cố "Em đó mua sách B", C là biến cố "Em đó mua sách C". Từ điều kiện bài ra, ta có

$\mathrm{P}(A) = 0{,}5$; $\mathrm{P}(B) = 0{,}7$; $\mathrm{P}(C) = 0{,}6$; $\mathrm{P}(AB) = 0{,}3$; $\mathrm{P}(BC) = 0{,}4$; $\mathrm{P}(AC) = 0{,}2$ và $\mathrm{P}(ABC) = 0{,}1$.

a) Biến cố "Em đó mua sách A hoặc B" là biến cố $A \cup B$.

Theo công thức trên ta có $\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(AB)$

$$= 0{,}5 + 0{,}7 - 0{,}3 = 0{,}9.$$

b) Biến cố "Em đó mua ít nhất một trong ba tên sách nói trên" là $A \cup B \cup C$. Theo công thức trên, ta có

$$\mathrm{P}(A \cup \mathrm{B} \cup \mathrm{C}) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) + \mathrm{P}(C) - \mathrm{P}(AB) - \mathrm{P}(BC) - \mathrm{P}(AC) + \mathrm{P}(ABC)$$

$$= 0{,}5 + 0{,}7 + 0{,}6 - 0{,}3 - 0{,}4 - 0{,}2 + 0{,}1 = 1.$$

c) Gọi H là biến cố "Em đó mua đúng hai trong ba tên sách nói trên". Ta có $H = AB\overline{C} \cup A\overline{B}C \cup \overline{A}BC$. Theo quy tắc cộng xác suất, ta có

$$\mathrm{P}(H) = \mathrm{P}(AB\overline{C}) + \mathrm{P}(A\overline{B}C) + \mathrm{P}(\overline{A}BC). \qquad (1)$$

Hiển nhiên, ta có $AB = AB\overline{C} \cup ABC$. Theo quy tắc cộng xác suất, ta có

$$\mathrm{P}(AB) = \mathrm{P}(AB\overline{C}) + \mathrm{P}(ABC).$$

Suy ra $\quad \mathrm{P}(AB\overline{C}) = \mathrm{P}(AB) - \mathrm{P}(ABC) = 0{,}3 - 0{,}1 = 0{,}2.$

Tương tự $\quad \mathrm{P}(A\overline{B}C) = \mathrm{P}(AC) - \mathrm{P}(ABC) = 0{,}2 - 0{,}1 = 0{,}1$;

$$\mathrm{P}(\overline{A}BC) = \mathrm{P}(BC) - \mathrm{P}(ABC) = 0{,}4 - 0{,}1 = 0{,}3.$$

Thay vào (1) ta được $\mathrm{P}(H) = 0{,}2 + 0{,}1 + 0{,}3 = 0{,}6$.