

LUYỆN TẬP (2 tiết)

I – MỤC ĐÍCH

Bài này có mục đích giúp học sinh ôn tập, củng cố các kiến thức và kỹ năng trong §6.

II – GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

Trước hết giáo viên ôn tập và kiểm tra khái niệm biến ngẫu nhiên rời rạc, bảng phân bố xác suất, công thức tính $E(X)$, $V(X)$ và $\sigma(X)$. Sau đó gọi học sinh lên bảng chữa các bài tập từ 50 đến 54. Chú ý phân tích các bước lập bảng phân bố xác suất và chỉ ra các chỗ sai (nếu có) của học sinh.

III – GỢI Ý TRẢ LỜI CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

50. Ta có X có thể nhận các giá trị 0, 1, 2, 3 với

$$P(X=0) = \frac{C_6^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{6} ; \quad P(X=1) = \frac{C_4^1 C_6^2}{C_{10}^3} = \frac{1}{2}.$$

$$P(X=2) = \frac{C_4^2 C_6^1}{C_{10}^3} = \frac{3}{10} ; \quad P(X=3) = \frac{C_4^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{30}.$$

Vậy bảng phân bố xác suất của X là

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$

51. a) $P(1 \leq X \leq 4) = P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4)$

$$= 0,2 + 0,4 + 0,1 + 0,1 = 0,8.$$

b) $P(X \geq 4) = P(X=4) + P(X=5) = 0,1 + 0,1 = 0,2.$

c) $E(X) = 2,2.$

52. a) $P(2 < X < 7) = 0,14 + 0,18 + 0,25 + 0,15 = 0,72.$

b) $P(X > 5) = 0,15 + 0,07 + 0,04 + 0,01 = 0,27.$

53. $E(X) = 1,875 ; \quad V(X) \approx 0,609 ; \quad \sigma(X) \approx 0,781.$

54. $E(X) = 18,375 ; \quad V(X) \approx 5,484 ; \quad \sigma(X) \approx 2,342.$

IV – BỔ SUNG KIẾN THỨC

1. Khái niệm hai biến ngẫu nhiên rời rạc độc lập

• Cho X và Y là hai biến ngẫu nhiên rời rạc, trong đó X có tập giá trị $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ và Y có tập giá trị $\{y_1, y_2, \dots, y_m\}$.

Hai biến ngẫu nhiên rời rạc X và Y được gọi là độc lập với nhau nếu với mọi $i = 1, 2, \dots, n$ và $k = 1, 2, \dots, m$ các biến cố $A = \{X = x_i\}$ và $B = \{Y = y_k\}$ độc lập với nhau.

Người ta thường kí hiệu biến cố giao của A và B là $AB = \{X = x_i ; Y = y_k\}$.

Như vậy, nếu X và Y độc lập với nhau thì theo quy tắc nhân xác suất, ta có

$P(X = x_i ; Y = y_k) = P(X = x_i) P(Y = y_k)$ với mọi $i = 1, 2, \dots, n$ và $k = 1, 2, \dots, m$.

Ví dụ

Chọn ngẫu nhiên một cặp vợ chồng ở vùng A. Gọi X là số con của họ. Giả sử X có bảng phân bố xác suất như sau :

X	0	1	2	3
P	0,2	0,3	0,4	0,1

Chọn ngẫu nhiên một cặp vợ chồng ở vùng B. Gọi Y là số con của họ. Giả sử Y có bảng phân bố xác suất như sau :

Y	0	1	2	3
P	0,05	0,3	0,5	0,15

Giả sử X và Y là hai biến ngẫu nhiên độc lập với nhau. Hãy lập bảng phân bố xác suất của $Z = X + Y$.

Giải

Dễ dàng tìm được tập giá trị của Z là $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Theo công thức (2) ta có

$$P(Z = 0) = P(X = 0)P(Y = 0) = 0,2 \cdot 0,05 = 0,01 ;$$

$$P(Z = 1) = P(X = 0)P(Y = 1) + P(X = 1)P(Y = 0) = 0,2 \cdot 0,3 + 0,3 \cdot 0,05 = 0,075 ;$$

$$P(Z = 2) = P(X = 0)P(Y = 2) + P(X = 1)P(Y = 1) + P(X = 2)P(Y = 0) = 0,21 ;$$

$$P(Z = 3) = P(X = 0)P(Y = 3) + P(X = 1)P(Y = 2) + \\ + P(X = 2)P(Y = 1) + P(X = 3)P(Y = 0) = 0,305 ;$$

$$P(Z = 4) = P(X = 1)P(Y = 3) + P(X = 2)P(Y = 2) + P(X = 3)P(Y = 1) = 0,275 ;$$

$$P(Z = 5) = P(X = 2)P(Y = 3) + P(X = 3)P(Y = 2) = 0,11 ;$$

$$P(Z = 6) = P(X = 3)P(Y = 3) = 0,015.$$

Vậy bảng phân bố xác suất của Z là

Z	0	1	2	3	4	5	6
P	0,01	0,075	0,21	0,305	0,275	0,11	0,015

2. Biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức

Cho số nguyên dương n và số p với $0 < p < 1$. Một biến ngẫu nhiên X nhận các giá trị thuộc tập $\{0, 1, 2, \dots, n\}$ và

$$P(X = k) = C_n^k p^k (1 - p)^{n-k} \text{ với mỗi } k \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$$

được gọi là biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức với cặp tham số $(n; p)$, (gọi tắt là biến ngẫu nhiên có phân bố $B(n; p)$).

Ví dụ 1

Cho X là biến ngẫu nhiên có phân bố $B(5; 0,4)$. Lập bảng phân bố xác suất của X .

Giải

Ta có

$$P(X = 0) = C_5^0 \cdot (0,4)^0 \cdot (0,6)^5 = 0,07776 ;$$

$$P(X = 1) = C_5^1 \cdot (0,4)^1 \cdot (0,6)^4 = 0,2592 ;$$

$$P(X = 2) = C_5^2 \cdot (0,4)^2 \cdot (0,6)^3 = 0,3456 ;$$

$$P(X = 3) = C_5^3 \cdot (0,4)^3 \cdot (0,6)^2 = 0,2304 ;$$

$$P(X = 4) = C_5^4 \cdot (0,4)^4 \cdot (0,6)^1 = 0,0768 ;$$

$$P(X = 5) = C_5^5 \cdot (0,4)^5 \cdot (0,6)^0 = 0,01024.$$

Vậy bảng phân bố xác suất của X là

X	0	1	2	3	4	5
P	0,07776	0,2592	0,3456	0,2304	0,0768	0,01024

Biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức xuất hiện trong tình huống sau :

Giả sử T là một phép thử và A là một biến cố liên quan đến T có xác suất $P(A) = p$. Tiến hành n lần phép thử T . Gọi X là số lần xuất hiện biến cố A trong n lần thực hiện phép thử đó. Khi đó, X là biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức với cặp tham số $(n; p)$.

Ví dụ 2

An và Bình thi đấu bóng bàn. An chơi kém hơn Bình nên trong mỗi séc, xác suất thắng của An là 0,45 và xác suất thắng của Bình sẽ là 0,55. Giả sử họ chơi trong 5 séc và người nào thắng nhiều séc hơn sẽ là người thắng. Gọi X là số séc thắng của An.

a) Chứng tỏ rằng X có phân bố $B(5 ; 0,45)$.

b) Tính xác suất thắng của An.

Giải

a) Phép thử T là : "An và Bình chơi một séc bóng bàn", A là biến cố "An thắng". Theo bài ra ta có $P(A) = 0,45$ và $n = 5$. Số séc thắng của An chính là số lần xuất hiện biến cố A trong 5 lần thực hiện phép thử T . Do đó X có phân bố $B(5 ; 0,45)$.

b) An thắng khi và chỉ khi số séc thắng của An ít nhất là 3.

Ta có

$$P(X \geq 3) = P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) ;$$

$$P(X=3) = C_5^3 \cdot (0,45)^3 \cdot (0,55)^2 \approx 0,2757 ;$$

$$P(X=4) = C_5^4 \cdot (0,45)^4 \cdot (0,55) \approx 0,1128 ;$$

$$P(X=5) = C_5^5 \cdot (0,45)^5 \approx 0,0185.$$

Vậy $P(X \geq 3) \approx 0,2757 + 0,1128 + 0,0185 = 0,407$.