

LUYỆN TẬP (1 tiết)

I – MỤC ĐÍCH

- Các bài tập của phân này được biên soạn nhằm giúp học sinh
 - Ôn luyện các kiến thức, kĩ năng đã được đề cập ở các bài học trước ;
 - Rèn luyện khả năng tổng hợp các kiến thức đã biết.
- Ngoài các mục đích chính trên đây, mỗi bài tập còn có những mục đích riêng nhất định. Cụ thể :
 - Bài tập 15 nhằm chuẩn bị tâm thế cho học sinh trước khi học bài mới (Cấp số cộng).
 - Bài tập 17 nhằm giới thiệu cho học sinh khái niệm *dãy số không đổi*, đồng thời giúp học sinh hình thành hoặc rèn luyện tư duy logic.
 - Bài tập 18 nhằm giới thiệu cho học sinh một loại dãy số đặc biệt – Dãy số tuần hoàn.

II – GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

- Căn cứ tình hình cụ thể (đối tượng học sinh, ý đồ giảng dạy các bài học trong chương,...), trong tiết luyện tập này giáo viên có thể tập trung khai thác nhóm bài tập này hay nhóm bài tập khác (trong số các bài tập nói trên). Với tinh thần đó, giáo viên không nhất thiết phải yêu cầu học sinh giải trọn vẹn tất cả các bài tập (từ 15 đến 18) tại lớp.
- *Đối với các học sinh khá, giỏi* : thông qua bài tập 18, giáo viên nên giới thiệu cho học sinh khái niệm dãy số tuần hoàn và một số vấn đề đơn giản xung quanh loại dãy số đặc biệt này. Từ đó, giúp học sinh hiểu rõ hơn

khái niệm "tuần hoàn" đã được đề cập tới ở Chương I. (Giáo viên có thể tìm thấy các bài tập liên quan đến dãy số tuần hoàn trong sách bài tập).

III – GỢI Ý TRẢ LỜI CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

15. a) Giáo viên tự giải.

b) Ta sẽ chứng minh

$$u_n = 5n - 2 \quad (1)$$

với mọi $n \in \mathbb{N}^*$, bằng phương pháp quy nạp.

Với $n = 1$, ta có $u_1 = 3 = 5 \cdot 1 - 2$.

Như thế (1) đúng khi $n = 1$.

Giả sử (1) đúng khi $n = k$, $k \in \mathbb{N}^*$, ta sẽ chứng minh nó cũng đúng khi $n = k + 1$.

Thật vậy, từ công thức xác định dãy số (u_n) và giả thiết quy nạp ta có

$$u_{k+1} = u_k + 5 = 5k - 2 + 5 = 5(k + 1) - 2.$$

Vậy (1) đúng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

16. a) Từ hệ thức xác định dãy số (u_n) , ta có

$$u_{n+1} - u_n = (n + 1) \cdot 2^n > 0 \quad \forall n \geq 1.$$

Do đó (u_n) là một dãy số tăng.

b) Ta sẽ chứng minh

$$u_n = 1 + (n - 1) \cdot 2^n \quad (1)$$

với mọi $n \geq 1$, bằng phương pháp quy nạp.

Với $n = 1$, ta có $u_1 = 1 = 1 + (1 - 1) \cdot 2^1$. Như vậy, (1) đúng khi $n = 1$.

Giả sử (1) đúng khi $n = k$, $k \in \mathbb{N}^*$, ta sẽ chứng minh nó cũng đúng khi $n = k + 1$.

Thật vậy, từ hệ thức xác định dãy số (u_n) và giả thiết quy nạp, ta có

$$u_{k+1} = u_k + (k + 1) \cdot 2^k = 1 + (k - 1) \cdot 2^k + (k + 1) \cdot 2^k = 1 + k \cdot 2^{k+1}.$$

Vậy (1) đúng với mọi $n \geq 1$.

17. Gợi ý. Bằng phương pháp quy nạp, chứng minh $u_n = 1$ với mọi $n \geq 1$.

18. a) Với n là số nguyên dương tùy ý, ta có

$$\begin{aligned} s_{n+3} &= \sin[4(n+3) - 1] \frac{\pi}{6} = \sin[4n - 1 + 12] \frac{\pi}{6} \\ &= \sin \left[(4n - 1) \frac{\pi}{6} + 2\pi \right] = \sin(4n - 1) \frac{\pi}{6} = s_n. \end{aligned}$$

b) Từ kết quả phần a) ta có

$$s_1 = s_4 = s_7 = s_{10} = s_{13}, \quad s_2 = s_5 = s_8 = s_{11} = s_{14}, \quad s_3 = s_6 = s_9 = s_{12} = s_{15}.$$

Từ đó suy ra

$$s_1 + s_2 + s_3 = s_4 + s_5 + s_6 = s_7 + s_8 + s_9 = s_{10} + s_{11} + s_{12} = s_{13} + s_{14} + s_{15}.$$

Do đó

$$S_{15} = s_1 + s_2 + \dots + s_{15} = 5(s_1 + s_2 + s_3). \quad (1)$$

Bằng cách tính trực tiếp, ta có $s_1 = 1$, $s_2 = -\frac{1}{2}$ và $s_3 = -\frac{1}{2}$.

Vì thế, từ (1) ta được

$$S_{15} = 5 \left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right) = 0.$$