

§5. Công thức nghiệm thu gọn

1. Công thức nghiệm thu gọn

Đối với phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$), trong nhiều trường hợp nếu đặt $b = 2b'$ thì việc tính toán để giải phương trình sẽ đơn giản hơn.

Trước hết, nếu đặt

$$b = 2b'$$

thì

$$\Delta = (2b')^2 - 4ac = 4b'^2 - 4ac = 4(b'^2 - ac).$$

Kí hiệu

$$\Delta' = b'^2 - ac,$$

ta có

$$\Delta = 4\Delta'.$$

?1 Từ bảng kết luận của bài trước hãy dùng các đẳng thức $b = 2b'$ và $\Delta = 4\Delta'$ để suy ra những kết luận sau :

Đối với phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) và $b = 2b'$, $\Delta' = b'^2 - ac$:

• Nếu $\Delta' > 0$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a}; \quad x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a}.$$

• Nếu $\Delta' = 0$ thì phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = -\frac{b'}{a}$.

• Nếu $\Delta' < 0$ thì phương trình vô nghiệm.

Công thức nghiệm vừa viết trên đây được gọi là công thức nghiệm thu gọn.

2. Áp dụng

?2 Giải phương trình $5x^2 + 4x - 1 = 0$ bằng cách điền vào những chỗ trống :

$$a = \dots ; \quad b' = \dots ; \quad c = \dots ;$$

$$\Delta' = \dots ; \quad \sqrt{\Delta'} = \dots$$

Nghiệm của phương trình :

$$x_1 = \dots ; \quad x_2 = \dots$$

23 Xác định a, b', c rồi dùng công thức nghiệm thu gọn giải các phương trình :

a) $3x^2 + 8x + 4 = 0$;

b) $7x^2 - 6\sqrt{2}x + 2 = 0$.

Bài tập

17. Xác định a, b', c rồi dùng công thức nghiệm thu gọn giải các phương trình :

a) $4x^2 + 4x + 1 = 0$;

b) $13852x^2 - 14x + 1 = 0$;

c) $5x^2 - 6x + 1 = 0$;

d) $-3x^2 + 4\sqrt{6}x + 4 = 0$.

18. Đưa các phương trình sau về dạng $ax^2 + 2b'x + c = 0$ và giải chúng. Sau đó, dùng bảng số hoặc máy tính để viết gần đúng nghiệm tìm được (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai) :

a) $3x^2 - 2x = x^2 + 3$;

b) $(2x - \sqrt{2})^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$;

c) $3x^2 + 3 = 2(x + 1)$;

d) $0,5x(x + 1) = (x - 1)^2$.

19. **Đố.** Đố em biết vì sao khi $a > 0$ và phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ vô nghiệm thì $ax^2 + bx + c > 0$ với mọi giá trị của x ?

Luyện tập

20. Giải các phương trình :

a) $25x^2 - 16 = 0$;

b) $2x^2 + 3 = 0$;

c) $4,2x^2 + 5,46x = 0$;

d) $4x^2 - 2\sqrt{3}x = 1 - \sqrt{3}$.

21. Giải vài phương trình của An Khô-va-ri-zmi (Xem Toán 7, Tập 2, tr.26) :

a) $x^2 = 12x + 288$;

b) $\frac{1}{12}x^2 + \frac{7}{12}x = 19$.

22. Không giải phương trình, hãy cho biết mỗi phương trình sau có bao nhiêu nghiệm :

a) $15x^2 + 4x - 2005 = 0$;

b) $-\frac{19}{5}x^2 - \sqrt{7}x + 1890 = 0$.

23. Rada của một máy bay trực thăng theo dõi chuyển động của một ô tô trong 10 phút, phát hiện rằng vận tốc v của ô tô thay đổi phụ thuộc vào thời gian bởi công thức :

$$v = 3t^2 - 30t + 135,$$

(t tính bằng phút, v tính bằng km/h).

a) Tính vận tốc của ô tô khi $t = 5$ phút.

b) Tính giá trị của t khi vận tốc ô tô bằng 120 km/h (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



24. Cho phương trình (ẩn x) $x^2 - 2(m - 1)x + m^2 = 0$.

a) Tính Δ' .

b) Với giá trị nào của m thì phương trình có hai nghiệm phân biệt ? Có nghiệm kép ? Vô nghiệm ?