

## §9. Độ dài đường tròn, cung tròn

Nói : "Độ dài đường tròn bằng ba lần đường kính của nó" thì đúng hay sai ?

### 1. Công thức tính độ dài đường tròn

"Độ dài đường tròn" (còn gọi là "chu vi hình tròn") được kí hiệu là  $C$ .

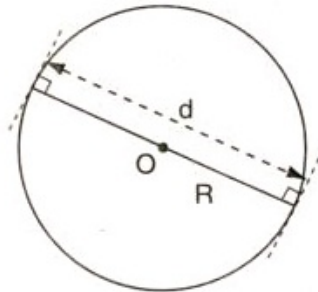
Độ dài  $C$  của một đường tròn bán kính  $R$  (h. 50) được tính theo công thức

$$C = 2\pi R.$$

Nếu gọi  $d$  là đường kính đường tròn ( $d = 2R$ ) thì

$$C = \pi d.$$

$\pi$  (đọc là "pi") là kí hiệu của một số vô tỉ mà giá trị gần đúng thường được lấy là  $\pi \approx 3,14$ .



Hình 50

**?1** Em hãy tìm lại số  $\pi$  bằng cách sau :

Vật liệu : Tấm bìa, kéo, compa, thước có chia khoảng, sợi chỉ.

a) Vẽ trên bìa năm đường tròn tâm  $O_1, O_2, O_3, O_4, O_5$  có bán kính khác nhau.

b) Cắt ra thành năm hình tròn.

c) Đo chu vi năm hình tròn đó bằng sợi chỉ (càng chính xác càng tốt).

d) Điền vào bảng sau (đơn vị độ dài : cm) :

Đường tròn	(O <sub>1</sub> )	(O <sub>2</sub> )	(O <sub>3</sub> )	(O <sub>4</sub> )	(O <sub>5</sub> )
Đường kính d					
Độ dài C của đường tròn					
$\frac{C}{d}$					

e) Nêu nhận xét.

## 2. Công thức tính độ dài cung tròn

**?2** Hãy điền biểu thức thích hợp vào các chỗ trống (...) trong dãy lập luận sau :

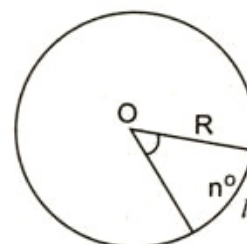
Đường tròn bán kính R (ứng với cung 360°) có độ dài là ....

Vậy cung 1°, bán kính R có độ dài là  $\frac{2\pi R}{360} = \dots$

Suy ra cung n°, bán kính R có độ dài là ...

• Trên đường tròn bán kính R, độ dài l của một cung n° (h.51) được tính theo công thức :

$$l = \frac{\pi R n}{180}$$



Hình 51



### Có thể em chưa biết ?



## Số $\pi$

• Từ mấy nghìn năm trước Công nguyên, con người đã thấy rằng giữa độ dài đường tròn và đường kính của nó có một cái gì đó ràng buộc, không đổi và qua nhiều lần kiểm nghiệm trong thực tế, người xưa đã thấy đường tròn dài gấp khoảng ba lần đường kính của nó.

Năm 1736, Ô-le dùng  $\pi$  để biểu thị tỉ số giữa độ dài đường tròn  $C$  và đường kính  $d$  của nó :

$$\frac{C}{d} = \pi.$$

• Trải qua nhiều năm trong lịch sử, người ta đã mất nhiều công sức để tính giá trị gần đúng của  $\pi$ . Sau đây là một số ví dụ.

Người Ai Cập cổ đại cho rằng  $\pi \approx 3,16$ .

Người La Mã lấy  $\pi \approx 3,12$ .

Người Ba-bi-lon lấy  $\pi \approx 3\frac{1}{8} \approx 3,125$ .

Ác-si-mét tính được  $\pi \approx 3\frac{1}{7}$ .

Trương Hành, người Trung Quốc ở thế kỉ II lấy  $\pi \approx \sqrt{10} \approx 3,162$ . Vào thế kỉ V, Tô Xung Chi lấy  $\pi \approx 3,1415926$ .

Ở Việt Nam, các cụ ta dùng quy tắc "quân bát, phát tam, tổn ngũ, quân nhị", theo đó  $\pi \approx \frac{16}{5} = 3,2$ .

Vào thế kỉ XVI, nhà toán học Đức Ru-đôn-phơ tính được số  $\pi$  với 35 chữ số thập phân và ông để nghị khắc giá trị này lên mộ của ông.

Năm 1767, Lăm-be (nhà toán học Đức) chứng minh được  $\pi$  là số vô tỉ.

Năm 1882, Lin-đơ-man (nhà toán học Đức) chứng minh được  $\pi$  là số siêu việt, nghĩa là nó không phải là nghiệm của một đa thức khác không với hệ số hữu tỉ.

Năm 1973, ở Pháp, bằng máy tính điện tử, người ta đã tính gần đúng số  $\pi$  với một triệu chữ số thập phân. Năm 1989, cũng bằng máy tính điện tử, người ta đã tính được giá trị gần đúng của  $\pi$  với 4 tỉ chữ số thập phân.

## Bài tập

65. Lấy giá trị gần đúng của  $\pi$  là 3,14, hãy điền vào các ô trống trong bảng sau (đơn vị độ dài : cm, làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai) :

Bán kính $R$ của đường tròn	10		3			
Đường kính $d$ của đường tròn		10		3		
Độ dài $C$ của đường tròn					20	25,12



66. a) Tính độ dài cung  $60^\circ$  của một đường tròn có bán kính 2 dm.  
 b) Tính chu vi vành xe đạp có đường kính 650 mm.
67. Lấy giá trị gần đúng của  $\pi$  là 3,14, hãy điền vào ô trống trong bảng sau (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất và đến độ) :

Bán kính R của đường tròn	10 cm		21 cm	6,2 cm	
Số đo $n^\circ$ của cung tròn	$90^\circ$	$50^\circ$		$41^\circ$	$25^\circ$
Độ dài $l$ của cung tròn		35,6 cm	20,8 cm		9,2 cm

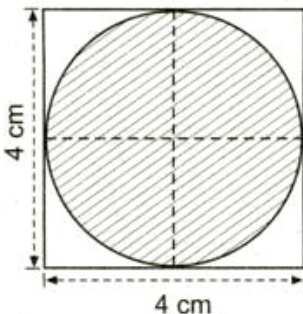
68. Cho ba điểm A, B, C thẳng hàng sao cho B nằm giữa A và C. Chứng minh rằng độ dài của nửa đường tròn đường kính AC bằng tổng các độ dài của hai nửa đường tròn đường kính AB và BC.



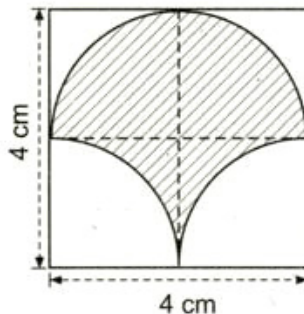
69. Máy kéo nông nghiệp có hai bánh sau to hơn hai bánh trước. Khi bơm căng, bánh xe sau có đường kính là 1,672 m và bánh xe trước có đường kính là 88 cm. Hỏi khi bánh xe sau lăn được 10 vòng thì bánh xe trước lăn được mấy vòng ?

### Luyện tập

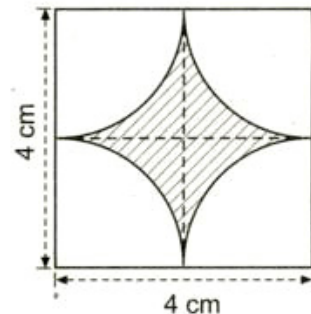
70. Vẽ lại ba hình (tạo bởi các cung tròn) dưới đây và tính chu vi mỗi hình (có gạch chéo) :



Hình 52

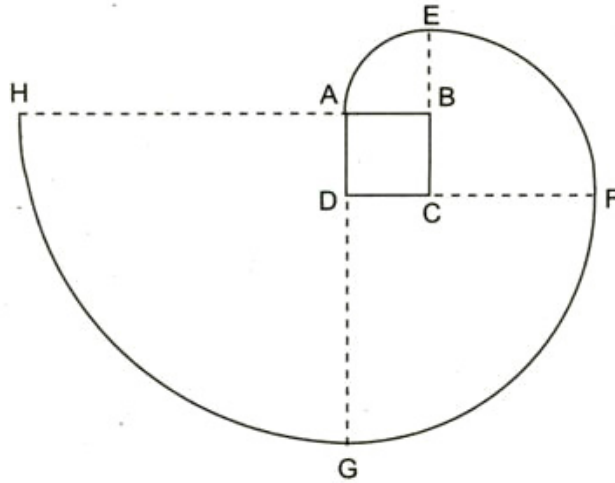


Hình 53



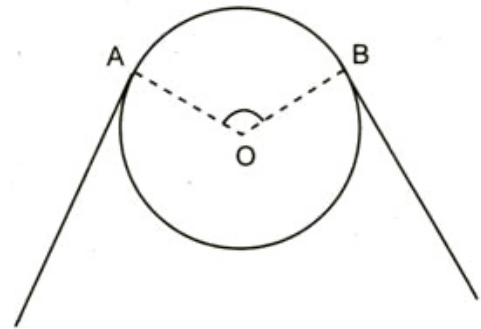
Hình 54

71. Vẽ lại hình tạo bởi các cung tròn dưới đây với tâm lần lượt là B, C, D, A theo đúng kích thước đã cho (cạnh hình vuông ABCD dài 1 cm). Nêu cách vẽ đường xoắn AEFHG. Tính độ dài đường xoắn đó.



Hình 55

72. Bánh xe của một ròng rọc có chu vi là 540 mm. Dây cua-roa bao bánh xe theo cung AB có độ dài 200 mm. Tính góc AOB (h. 56).



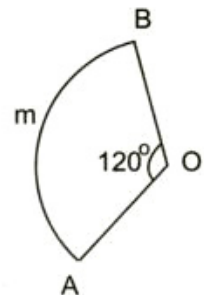
Hình 56

73. Đường tròn lớn của Trái Đất dài khoảng 40 000 km. Tính bán kính Trái Đất.

74. Vĩ độ của Hà Nội là  $20^{\circ}01'$ . Mỗi vòng kinh tuyến của Trái Đất dài khoảng 40 000 km. Tính độ dài cung kinh tuyến từ Hà Nội đến xích đạo.

75. Cho đường tròn (O), bán kính OM. Vẽ đường tròn tâm O', đường kính OM. Một bán kính OA của đường tròn (O) cắt đường tròn (O') ở B.

Chứng minh  $\widehat{MA}$  và  $\widehat{MB}$  có độ dài bằng nhau.



Hình 57

76. Xem hình 57 và so sánh độ dài của cung AmB với độ dài đường gấp khúc AOB.