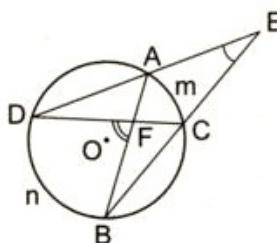


§5. Góc có đỉnh ở bên trong đường tròn.

Góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn

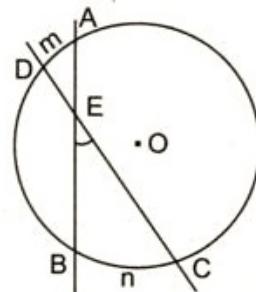
Số đo của góc E và số đo của góc DFB có quan hệ gì với số đo của các cung AmC và BnD ?



1. Góc có đỉnh ở bên trong đường tròn

Trong hình 31, góc BEC có đỉnh E nằm bên trong đường tròn (O) được gọi là *góc có đỉnh ở bên trong đường tròn*.

Ta quy ước rằng mỗi góc có đỉnh ở bên trong đường tròn chắn hai cung, một cung nằm bên trong góc và cung kia nằm bên trong góc đối đỉnh của nó. Trên hình 31, hai cung bị chắn của góc BEC là \widehat{BnC} và \widehat{AmD} .



Hình 31

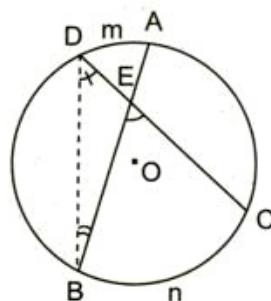
ĐỊNH LÍ

Số đo của góc có đỉnh ở bên trong đường tròn bằng nửa tổng số
đo hai cung bị chấn.

?1 Hãy chứng minh định lí trên.

Gợi ý. Xem hình 32. Sử dụng góc ngoài của tam giác, chứng minh :

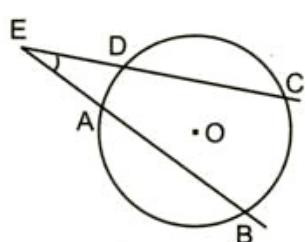
$$\widehat{\text{BEC}} = \frac{\widehat{\text{sdBnC}} + \widehat{\text{sdaMD}}}{2}.$$



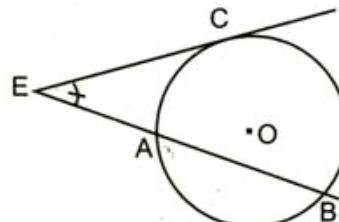
Hình 32

2. Góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn

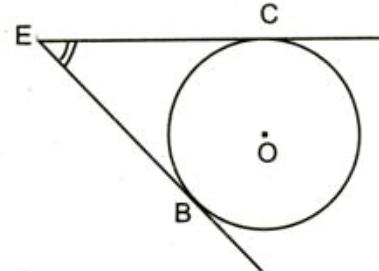
Các góc trên các hình 33, 34, 35 có đặc điểm chung là : đỉnh nằm ngoài đường tròn, các cạnh đều có điểm chung với đường tròn. Mỗi góc đó được gọi là *góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn*. Mỗi góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn có hai cung bị chắn. Đó là hai cung nằm bên trong góc.



Hình 33. Góc BEC có
hai cạnh cắt đường tròn,
hai cung bị chắn là hai cung
nhỏ AD và BC.



Hình 34. Góc BEC có một cạnh là tiếp tuyến tại C và cạnh kia là cát tuyến, hai cung bị chắn là hai cung nhỏ AC và CB



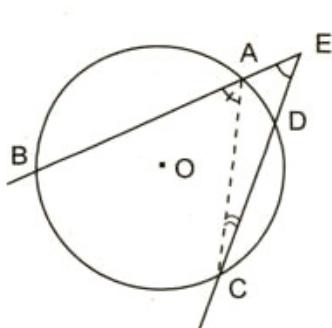
Hình 35. Góc BEC có hai cạnh là hai tiếp tuyến tại B và C, hai cung bị chắn là cung nhỏ BC và cung lớn BC

ĐỊNH LÍ

Số đo của góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn bằng nửa hiệu số đo hai cung bị chắn.

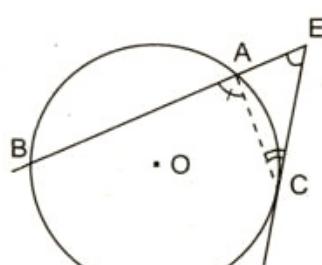
?2 Hãy chứng minh định lí trên.

Gợi ý. Sử dụng góc ngoài của tam giác trong ba trường hợp ở hình 36, 37, 38 (các cung nêu ra dưới hình là những cung bị chẵn).



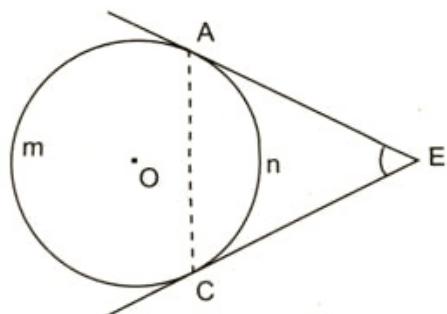
Hình 36

$$\widehat{BEC} = \frac{sđ \widehat{BC} - sđ \widehat{AD}}{2}$$



Hình 37

$$\widehat{BEC} = \frac{sđ \widehat{BC} - sđ \widehat{CA}}{2}$$



Hình 38

$$\widehat{AEC} = \frac{sđ \widehat{AmC} - sđ \widehat{AnC}}{2}$$

Bài tập

36. Cho đường tròn (O) và hai dây AB, AC. Gọi M, N lần lượt là điểm chính giữa của \widehat{AB} và \widehat{AC} . Đường thẳng MN cắt dây AB tại E và cắt dây AC tại H. Chứng minh tam giác AEH là tam giác cân.
37. Cho đường tròn (O) và hai dây AB, AC bằng nhau. Trên cung nhỏ AC lấy một điểm M. Gọi S là giao điểm của AM và BC. Chứng minh $\widehat{ASC} = \widehat{MCA}$.
38. Trên một đường tròn, lấy liên tiếp ba cung AC, CD, DB sao cho $sđ \widehat{AC} = sđ \widehat{CD} = sđ \widehat{DB} = 60^\circ$. Hai đường thẳng AC và BD cắt nhau tại E. Hai tiếp tuyến của đường tròn tại B và C cắt nhau tại T. Chứng minh rằng :
 - a) $\widehat{AEB} = \widehat{BTC}$;
 - b) CD là tia phân giác của \widehat{BCT} .

Luyện tập

39. Cho AB và CD là hai đường kính vuông góc của đường tròn (O). Trên cung nhỏ BD lấy một điểm M. Tiếp tuyến tại M cắt tia AB ở E, đoạn thẳng CM cắt AB ở S. Chứng minh $ES = EM$.
40. Qua điểm S nằm bên ngoài đường tròn (O), vẽ tiếp tuyến SA và cát tuyến SBC của đường tròn. Tia phân giác của góc BAC cắt dây BC tại D.
Chứng minh $SA = SD$.
41. Qua điểm A nằm bên ngoài đường tròn (O) vẽ hai cát tuyến ABC và AMN sao cho hai đường thẳng BN và CM cắt nhau tại một điểm S nằm bên trong đường tròn.

Chứng minh

$$\widehat{A} + \widehat{BSM} = 2\widehat{CMN}.$$

42. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn. P, Q, R theo thứ tự là các điểm chính giữa của các cung bị chắn BC, CA, AB bởi các góc A, B, C.
- Chứng minh $AP \perp QR$.
 - AP cắt CR tại I. Chứng minh tam giác CPI là tam giác cân.
43. Cho đường tròn (O) và hai dây cung song song AB, CD (A và C nằm trong cùng một nửa mặt phẳng bờ BD); AD cắt BC tại I.

Chứng minh $\widehat{AOC} = \widehat{AIC}$.