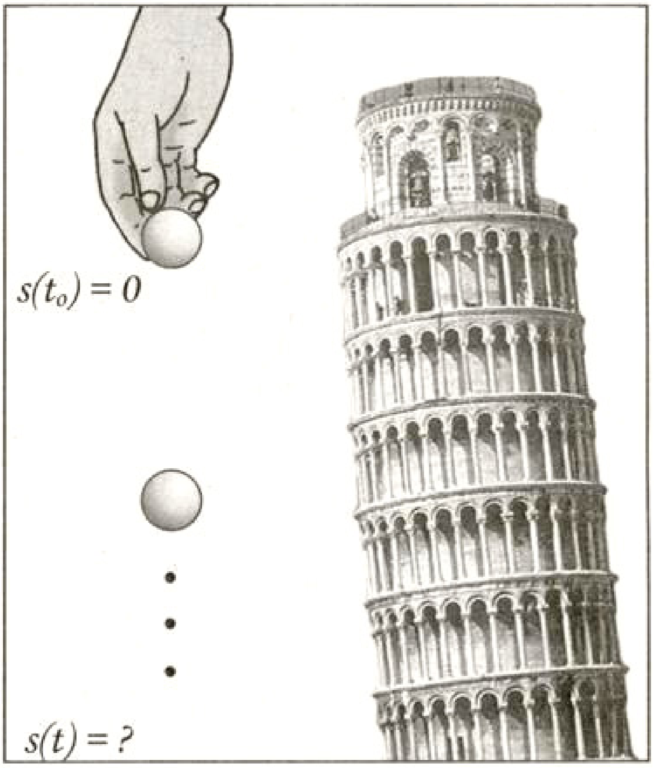
Chương IV – **HÀM SỐ $y = ax^2$ ($a \neq 0$). PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN**

Ta đã học hàm số bậc nhất và phương trình bậc nhất. Trong chương này, ta sẽ học hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) và phương trình bậc hai. Qua đó, ta thấy rằng chúng có nhiều ứng dụng trong thực tiễn.

§1. Hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$)

1. Ví dụ mở đầu

Tại đỉnh tháp nghiêng Pi-da (Pisa), ở I-ta-li-a, Ga-li-lê (G. Gallilei) đã thả hai quả cầu bằng chì có trọng lượng khác nhau để làm thí nghiệm nghiên cứu chuyển động của một vật rơi tự do. Ông khẳng định rằng, khi một vật rơi tự do (không kể đến sức cản của không khí), vận tốc của nó tăng dần và không phụ thuộc vào trọng lượng của vật. Quãng đường chuyển động s của nó được biểu diễn gần đúng bởi công thức



$$s = 5t^2,$$

trong đó t là thời gian tính bằng giây, s tính bằng mét.

Theo công thức này, mỗi giá trị của t xác định một giá trị tương ứng duy nhất của s.

Chẳng hạn, bảng sau đây biểu thị vài cặp giá trị tương ứng của t và s.

t	1	2	3	4
s	5	20	45	80

Công thức $s = 5t^2$ biểu thị một hàm số có dạng $y = ax^2$ $(a \neq 0)$.

Bây giờ, ta xét tính chất của các hàm số như thế.

2. Tính chất của hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$

Xét hai hàm số sau :

$$y = 2x^2 \text{ và } y = -2x^2.$$

?1 *Điền vào những ô trống các giá trị tương ứng của y trong hai bảng sau :*

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = 2x^2$	18					8	

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = -2x^2$	-18					-8	

?2 *Đối với hàm số* $y = 2x^2$, *nhờ bảng các giá trị vừa tính được, hãy cho biết :*

– Khi x *tăng nhưng luôn luôn âm thì giá trị tương ứng của* y *tăng hay giảm.*

– Khi x *tăng nhưng luôn luôn dương thì giá trị tương ứng của* y *tăng hay giảm.*

Nhận xét tương tự đối với hàm số $y = -2x^2$.

Tổng quát, hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ xác định với mọi giá trị của x thuộc **R** và người ta chứng minh được nó có tính chất sau đây.

TÍNH CHẤT

Nếu $a > 0$ *thì hàm số nghịch biến* khi $x < 0$ *và đồng biến* khi $x > 0$.

Nếu $a < 0$ *thì hàm số đồng biến* khi $x < 0$ *và nghịch biến* khi $x > 0$.

?3 *Đối với hàm số* $y = 2x^2$, *khi* $x \neq 0$ *giá trị của* y *dương hay âm ? Khi* $x = 0$ *thì sao ?*

Cũng hỏi tương tự đối với hàm số $y = -2x^2$.

Nhận xét

Nếu $a > 0$ *thì* $y > 0$ *với mọi* $x \neq 0$; $y = 0$ *khi* $x = 0$. *Giá trị nhỏ nhất của hàm số là* $y = 0$.

Nếu $a < 0$ *thì* $y < 0$ *với mọi* $x \neq 0$; $y = 0$ *khi* $x = 0$. *Giá trị lớn nhất của hàm số là* $y = 0$.

?4 *Cho hai hàm số* $y = \frac{1}{2}x^2$ *và* $y = -\frac{1}{2}x^2$. *Tính các giá trị tương ứng của* y *rồi điền vào các ô trống tương ứng ở hai bảng sau ; kiểm nghiệm lại nhận xét nói trên :*

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = \frac{1}{2}x^2$							

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = -\frac{1}{2}x^2$							

Bài tập

1. Diện tích S của hình tròn được tính bởi công thức $S = \pi R^2$, trong đó R là bán kính của hình tròn.

a) Dùng máy tính bỏ túi, tính các giá trị của S rồi điền vào các ô trống trong bảng sau ($\pi \approx 3,14$, làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

R (cm)	0,57	1,37	2,15	4,09
$S = \pi R^2$ (cm^2)				

(Xem bài đọc thêm về máy tính bỏ túi dưới đây).

b) Nếu bán kính tăng gấp 3 lần thì diện tích tăng hay giảm bao nhiêu lần ?

c) Tính bán kính của hình tròn, làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai, nếu biết diện tích của nó bằng 79,5 cm^2.

2. Một vật rơi ở độ cao so với mặt đất là 100 m. Quãng đường chuyển động s (mét) của vật rơi phụ thuộc vào thời gian t (giây) bởi công thức : $s = 4t^2$.

a) Sau 1 giây, vật này cách mặt đất bao nhiêu mét ? Tương tự, sau 2 giây ?

b) Hỏi sau bao lâu vật này tiếp đất ?

3. Lực F của gió khi thổi vuông góc vào cánh buồm tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc v của gió, tức là $F = av^2$ (a là hằng số). Biết rằng khi vận tốc gió bằng 2 m/s thì lực tác động lên cánh buồm của một con thuyền bằng 120 N (Niu-tơn).

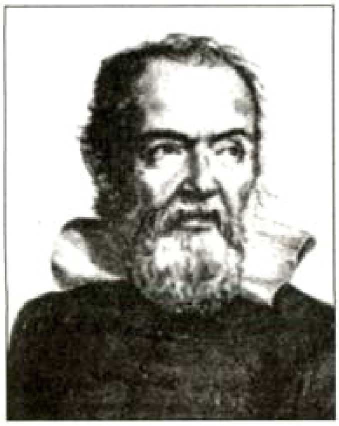
a) Tính hằng số a.

b) Hỏi khi v = 10 m/s thì lực F bằng bao nhiêu ? Cùng câu hỏi này khi v = 20 m/s ?

c) Biết rằng cánh buồm chỉ có thể chịu được một áp lực tối đa là 12 000 N, hỏi con thuyền có thể đi được trong gió bão với vận tốc gió 90 km/h hay không ?

Có thể em chưa biết ?

Cách đây hơn 400 năm, Ga-li-lê (G. Gallilei 1564 – 1642), nhà thiên văn học, nhà triết học người I-ta-li-a đã làm những thí nghiệm đo vận tốc vật rơi. Ngày 24–1–1590, ông dùng hai quả cầu bằng chì, quả này nặng gấp 10 lần quả kia và cho rơi cùng một lúc từ đỉnh tháp nghiêng. Kết quả nhiều lần cho thấy hai quả cầu đều chạm đất cùng một lúc. Ông đã chứng minh rằng vận tốc của vật rơi không phụ thuộc vào trọng lượng của nó (nếu không kể đến sức cản của không khí), quãng đường chuyển động của vật rơi tự do *tỉ lệ thuận với bình phương* của thời gian.



G. Gallilei

Ga-li-lê đã làm ra kính thiên văn để quan sát bầu trời. Ông chống lại luận thuyết của Ptô-lê-mê cho rằng Trái Đất là trung tâm của vũ trụ và đứng yên, mọi hành tinh đều quay quanh Trái Đất. Ông ủng hộ quan điểm của Cô-péc-ních coi *Mặt Trời* là trung tâm, Trái Đất và các hành tinh khác như sao Mộc, sao Thổ, sao Thuỷ, sao Hoả, sao Kim, đều quay quanh Mặt Trời. Quan điểm này trái với quan điểm của nhà thờ Thiên Chúa giáo hồi bấy giờ. Vì lẽ đó, ông đã bị toà án của giáo hội xử tội. Mặc dù bị cưỡng bức phải tuyên bố từ bỏ quan điểm của mình, nhưng ngay sau khi toà tuyên phạt, ông vẫn kêu lên rằng : "Nhưng dù sao Trái Đất vẫn quay".

Bài đọc thêm

DÙNG MÁY TÍNH BỎ TÚI CASIO *fx - 220* ĐỂ TÍNH GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC

Ví dụ 1. Tính giá trị của biểu thức $A = 3x^2 - 3{,}5x + 2$ với $x = 4{,}13$.

Cách 1. Thay $x = 4{,}13$ vào biểu thức :

$$A = \boxed{3}\,\boxed{\times}\,\boxed{4}\,\boxed{.}\,\boxed{1}\,\boxed{3}\,\boxed{\text{SHIFT}}\,\boxed{x^2}\,\boxed{-}\,\boxed{3}\,\boxed{.}\,\boxed{5}\,\boxed{\times}\,\boxed{4}\,\boxed{.}\,\boxed{1}\,\boxed{3}\,\boxed{+}\,\boxed{2}\,\boxed{=}$$

Kết quả : $A = 38{,}7157$.

Cách 2. Vì số 4,13 có tới bốn kí tự và được lặp lại nhiều lần nên để tiết kiệm thao tác, ta có thể dùng *phím nhớ* $\boxed{\text{Min}}$ để lưu nó lại trong máy và *phím gọi nhớ* $\boxed{\text{MR}}$ khi cần nó. Thực hiện như sau :

$$A = \boxed{4}\,\boxed{.}\,\boxed{1}\,\boxed{3}\,\boxed{\text{Min}}\,\boxed{\text{SHIFT}}\,\boxed{x^2}\,\boxed{\times}\,\boxed{3}\,\boxed{-}\,\boxed{3}\,\boxed{.}\,\boxed{5}\,\boxed{\times}\,\boxed{\text{MR}}\,\boxed{+}\,\boxed{2}\,\boxed{=}$$

Ví dụ 2. Nếu phải tính nhiều giá trị của một đơn thức một biến có hệ số bằng số thì có thể lưu lại phép nhân với hệ số này để dùng trong các trường hợp tiếp theo. Chẳng hạn, tính các giá trị của biểu thức $S = \pi R^2$, với $R = 0{,}61$; $R = 1{,}53$; $R = 2{,}49$. Hệ số của đơn thức là số π. Ta làm như sau :

$\boxed{\text{SHIFT}}\ \boxed{\pi}\ \boxed{\times}\ \boxed{\times}\ \boxed{0}\ \boxed{.}\ \boxed{6}\ \boxed{1}\ \boxed{\text{SHIFT}}\ \boxed{x^2}\ \boxed{=}$

Kết quả S = 1,168986626.

Nhờ có hai dấu "$\boxed{\times}\ \boxed{\times}$" trong lần đầu mà máy đã lưu lại thừa số π và dấu $\times$. Vì thế, trong hai lần tính sau, chỉ cần lần lượt nhập tiếp các thừa số còn lại. Cụ thể :

$\boxed{1}\ \boxed{.}\ \boxed{5}\ \boxed{3}\ \boxed{\text{SHIFT}}\ \boxed{x^2}\ \boxed{=}$ Kết quả S = 7,354154243.

$\boxed{2}\ \boxed{.}\ \boxed{4}\ \boxed{9}\ \boxed{\text{SHIFT}}\ \boxed{x^2}\ \boxed{=}$ Kết quả S = 19,47818861.