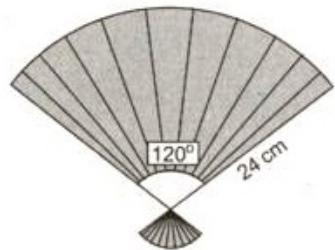
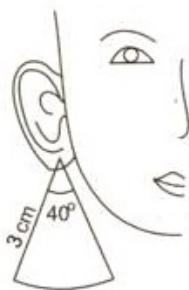


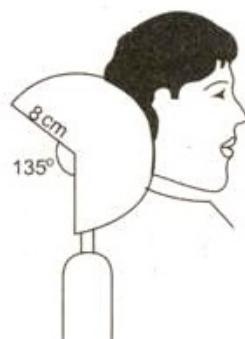
§2. Hình nón – Hình nón cùt – Diện tích xung quanh và thể tích của hình nón, hình nón cùt



Cái quạt



Hoa tai



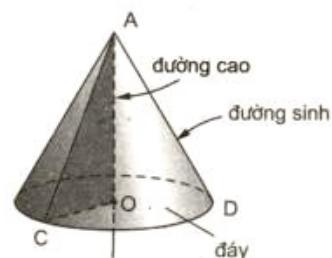
Gối tựa đầu (của ghế trên ô tô)

1. Hình nón

Khi quay tam giác vuông AOC một vòng quanh cạnh góc vuông OA cố định thì được một hình nón (h. 87). Khi đó :

- Cạnh OC quét nên *đáy* của hình nón, là một hình tròn tâm O.
- Cạnh AC quét nên *mặt xung quanh* của hình nón, mỗi vị trí của AC được gọi là *một đường sinh*. Chẳng hạn AD là một đường sinh.
- A gọi là *đỉnh* và AO gọi là *đường cao* của hình nón.

?1 Chiếc nón (h. 88) có dạng *mặt xung quanh* của một hình nón. Quan sát hình và cho biết, đâu là *đường tròn đáy*, đâu là *mặt xung quanh*, đâu là *đường sinh* của hình nón.



Hình 87



Hình 88

2. Diện tích xung quanh hình nón

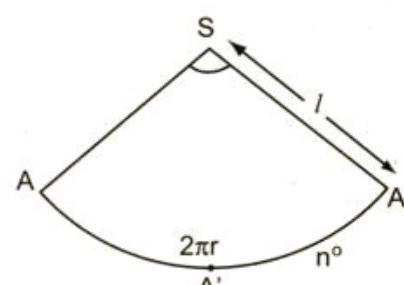
Cắt mặt xung quanh của một hình nón dọc theo một đường sinh của nó rồi trải phẳng ra, ta được hình khai triển là một hình quạt tròn có tâm là đỉnh hình nón, bán kính bằng độ dài đường sinh và độ dài cung bằng độ dài đường tròn đáy của hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón bằng diện tích của hình quạt tròn khai triển (h. 89).

Gọi bán kính đáy của hình nón là r , đường sinh là l .

Theo công thức tính độ dài cung, ta có :

Độ dài của cung hình quạt tròn là

$$\frac{\pi l n}{180}.$$



Hình 89

Độ dài đường tròn đáy của hình nón là $2\pi r$.

Từ đó ta có $\frac{\pi ln}{180} = 2\pi r$.

Suy ra $r = \frac{ln}{360}$.

Diện tích xung quanh của hình nón bằng diện tích hình quạt tròn khai triển nên

$$S_{xq} = \frac{\pi l^2 n}{360} = \pi l \cdot \frac{ln}{360} = \pi rl.$$

Từ các kết quả trên ta có :

- Diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_{xq} = \pi rl.$$

- Diện tích toàn phần của hình nón (tổng diện tích xung quanh và diện tích đáy) là

$$S_{tp} = \pi rl + \pi r^2.$$

Ví dụ. Tính diện tích xung quanh của một hình nón có chiều cao $h = 16$ cm và bán kính đường tròn đáy $r = 12$ cm.

Giải

Độ dài đường sinh của hình nón :

$$l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{400} = 20 \text{ (cm)}.$$

Diện tích xung quanh của hình nón :

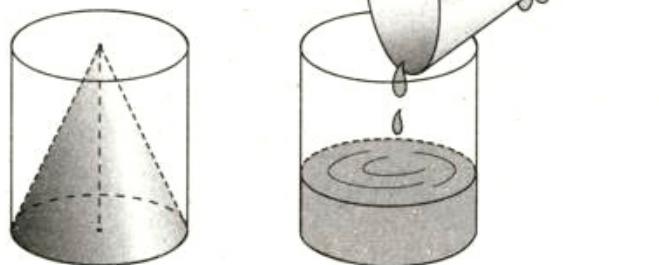
$$S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot 12 \cdot 20 = 240\pi \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Đáp số : $240\pi \text{ cm}^2$.

3. Thể tích hình nón

Có hai dụng cụ, một hình trụ và một hình nón có đáy là hai hình tròn bằng nhau. Chiều cao của hình nón bằng chiều cao của hình trụ (h. 90).

Nếu ta dùng dụng cụ có dạng như hình nón nói



Hình 90

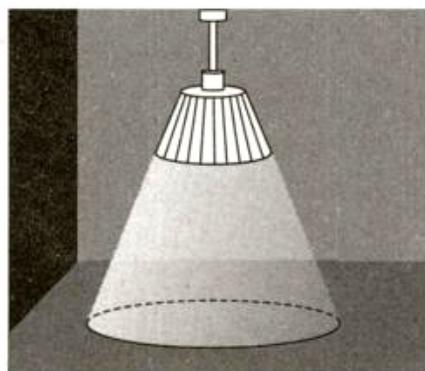
trên, mức đầy nước rồi đổ hết vào dụng cụ hình trụ thì thấy chiều cao của cột nước này chỉ bằng $\frac{1}{3}$ chiều cao của hình trụ.

Qua thực nghiệm, ta thấy $V_{nón} = \frac{1}{3} \cdot V_{trụ}$.

Ta có thể tích hình nón là

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h.$$

4. Hình nón cùt



Khi cắt hình nón bởi một *mặt phẳng song song với đáy* thì phần mặt phẳng nằm trong hình nón là *một hình tròn*. Phần hình nón nằm giữa mặt phẳng nói trên và mặt đáy được gọi là *một hình nón cùt* (h. 92).

Hình 91. Đèn treo ở trần nhà khi bật sáng sẽ tạo nên một "cột sáng" có dạng một hình nón cùt

5. Diện tích xung quanh và thể tích hình nón cùt

Cho hình nón cùt có r_1 , r_2 là các bán kính đáy, l là độ dài đường sinh, h là chiều cao (h. 92).

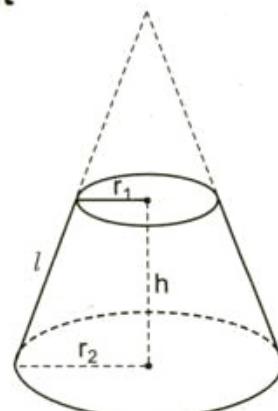
Kí hiệu S_{xq} là diện tích xung quanh và V là thể tích hình nón cùt.

Quan sát hình 92, ta nhận thấy S_{xq} là hiệu diện tích xung quanh của hình nón lớn và hình nón nhỏ, V cũng là hiệu thể tích của hình nón lớn và hình nón nhỏ.

Ta có các công thức sau :

$$S_{xq} = \pi(r_1 + r_2)l.$$

$$V = \frac{1}{3} \pi h(r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2).$$

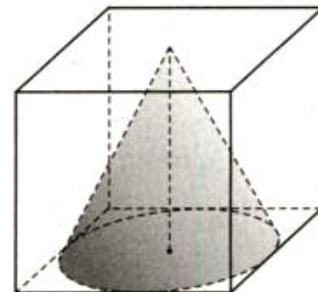


Hình 92

Bài tập

15. Một hình nón được đặt vào bên trong một hình lập phương như hình vẽ (cạnh của hình lập phương bằng 1) (h. 93). Hãy tính :

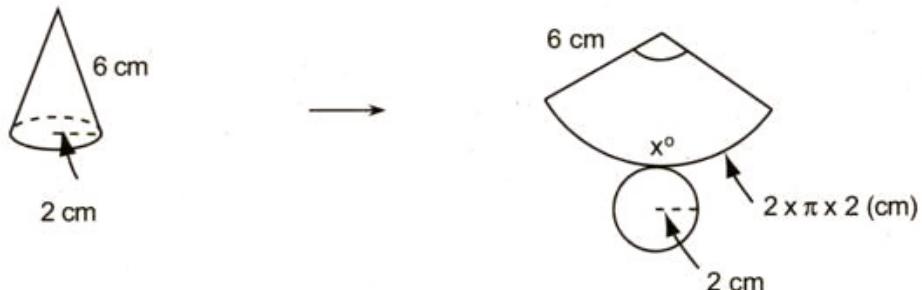
- a) Bán kính đáy của hình nón.
- b) Độ dài đường sinh.



Hình 93

16. Cắt mặt xung quanh của một hình nón theo một đường sinh và trải phẳng ra thành một hình quạt. Biết bán kính hình quạt tròn bằng độ dài đường sinh và độ dài cung bằng chu vi đáy.

Quan sát hình 94 và tính số đo cung của hình quạt tròn.



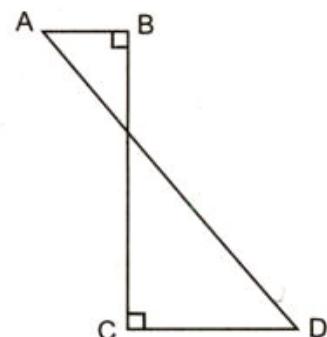
Hình 94

17. Khi quay tam giác vuông để tạo ra một hình nón như ở hình 87 thì góc CAO gọi là *nửa góc ở đỉnh* của hình nón. Biết nửa góc ở đỉnh của một hình nón là 30° , độ dài đường sinh là a. Tính số đo cung của hình quạt khi khai triển mặt xung quanh của hình nón.

18. Hình ABCD (h. 95) khi quay quanh BC thì tạo ra :

- (A) Một hình trụ ;
- (B) Một hình nón ;
- (C) Một hình nón cùt ;
- (D) Hai hình nón ;
- (E) Hai hình trụ.

Hãy chọn câu trả lời đúng.



Hình 95

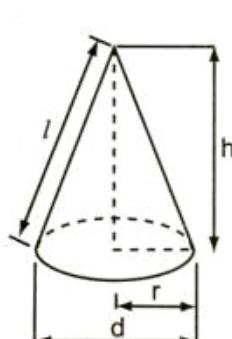
19. Hình khai triển của mặt xung quanh của một hình nón là một hình quạt. Nếu bán kính hình quạt là 16 cm, số đo cung là 120° thì độ dài đường sinh của hình nón là :

- (A) 16 cm ; (B) 8 cm ; (C) $\frac{16}{3}$ cm ;
 (D) 4 cm ; (E) $\frac{16}{5}$ cm.

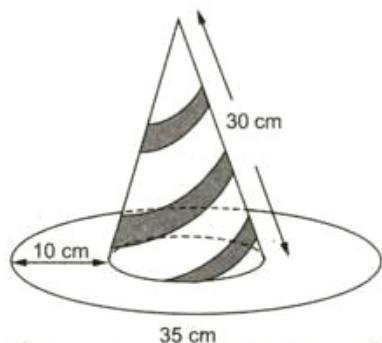
Hãy chọn kết quả đúng.

20. Hãy điền đủ vào các ô trống ở bảng sau (xem hình 96) :

Bán kính đáy r (cm)	Đường kính đáy d (cm)	Chiều cao h (cm)	Độ dài đường sinh l (cm)	Thể tích V (cm^3)
10		10		
	10	10		
		10		1000
10				1000
	10			1000



Hình 96

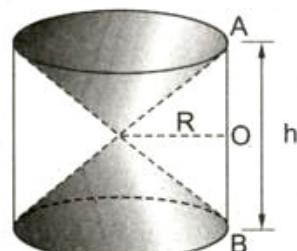


Hình 97

21. Cái mũ của chú hề với các kích thước cho theo hình vẽ (h. 97). Hãy tính tổng diện tích vải cần có để làm nên cái mũ (không kể riềng, mép, phần thừa).

22. Hình 98 cho ta hình ảnh của một cái đồng hồ cát với các kích thước kèm theo ($AO = OB$).

Hãy so sánh tổng các thể tích của hai hình nón và thể tích của hình trụ.



Hình 98

Luyện tập

23. Viết công thức tính *nửa góc ở đỉnh* của một hình nón (góc α của tam giác vuông AOS – hình 99) sao cho diện tích mặt khai triển của mặt nón bằng một phần tư diện tích của hình tròn (bán kính SA).

24. Hình khai triển của mặt xung quanh của một hình nón là một hình quạt, bán kính hình quạt đó là 16 cm, số đo cung là 120° . Tang của nửa góc ở đỉnh của hình nón là :

(A) $\frac{\sqrt{2}}{4}$; (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; (C) $\sqrt{2}$; (D) $2\sqrt{2}$.

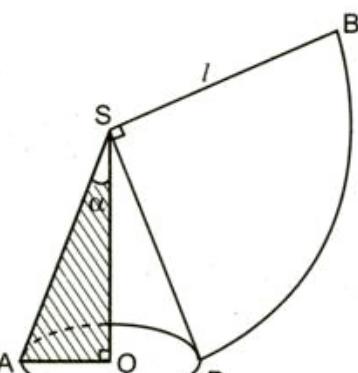
Hãy chọn kết quả đúng.

25. Hãy tính diện tích xung quanh của hình nón cụt biết hai bán kính đáy là a , b ($a < b$) và độ dài đường sinh là l (a , b , l có cùng đơn vị đo).
26. Hãy điền đủ vào các ô trống cho ở bảng sau (đơn vị độ dài : cm) :

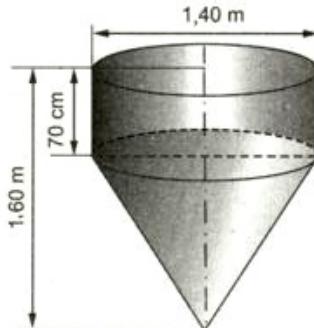
Hình	Bán kính đáy (r)	Đường kính đáy (d)	Chiều cao (h)	Độ dài đường sinh (l)	Thể tích (V)
	5		12		
		16	15		
	7			25	
		40		29	

27. Một dụng cụ gồm một phần có dạng hình trụ, phần còn lại có dạng hình nón. Các kích thước cho trên hình 100. Hãy tính :

- a) Thể tích của dụng cụ này ;
 b) Diện tích mặt ngoài của dụng cụ (không tính nắp đậy).



Hình 99



Hình 100

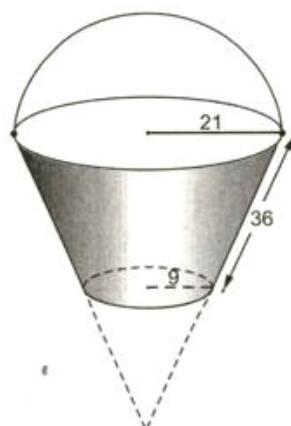
28. Một cái xô bằng inox có dạng hình nón cùt đựng hoá chất, có các kích thước cho ở hình 101 (đơn vị : cm).

- a) Hãy tính diện tích xung quanh của xô.
 b) Khi xô chứa đầy hoá chất thì dung tích của nó là bao nhiêu ?

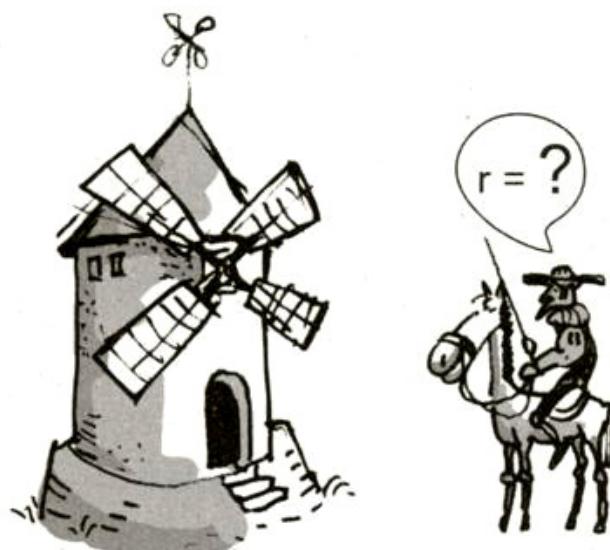
29. *Cối xay gió của Đôn-ki-hô-tê* (từ tác phẩm của Xéc-van-téc (*Cervantès*))

Phần trên của cối xay gió có dạng một hình nón (h. 102). Chiều cao của hình nón là 42 cm và thể tích của nó là $17\ 600\ cm^3$.

Em hãy giúp chàng Đôn-ki-hô-tê tính bán kính đáy của hình nón (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



Hình 101



Hình 102