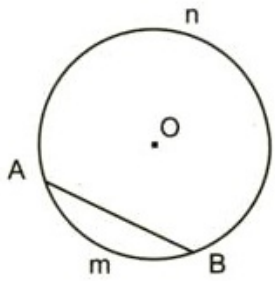
§2. Liên hệ giữa cung và dây

Chuyển việc so sánh hai cung sang việc so sánh hai dây và ngược lại

Người ta dùng cụm từ "*cung căng dây*" hoặc "*dây căng cung*" để chỉ mối liên hệ giữa cung và dây có chung hai mút.

Trong một đường tròn, mỗi dây căng hai cung phân biệt. Với hai định lí dưới đây, ta chỉ xét những cung nhỏ.



Hình 9. Dây AB *căng hai cung* AmB *và* AnB.

1. Định lí 1

Với hai cung nhỏ trong một đường tròn hay trong hai đường tròn bằng nhau :

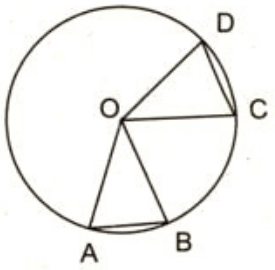
a) Hai cung bằng nhau căng hai dây bằng nhau.

b) Hai dây bằng nhau căng hai cung bằng nhau.

Cụ thể, với hình 10, ta có giả thiết và kết luận của định lí 1 như sau :

a) $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD} \Rightarrow AB = CD$;

b) $AB = CD \Rightarrow \overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$.



Hình 10

?1 *Hãy chứng minh định lí trên.*

Hướng dẫn. Chứng minh hai tam giác OAB và OCD bằng nhau (h. 10).

2. Định lí 2

Với hai cung nhỏ trong một đường tròn hay trong hai đường tròn bằng nhau :

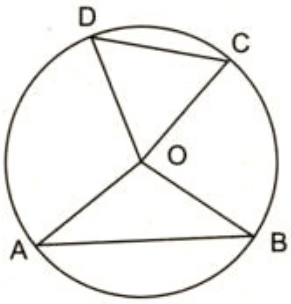
a) Cung lớn hơn căng dây lớn hơn.

b) Dây lớn hơn căng cung lớn hơn.

?2 *Xem hình 11.*

Hãy viết giả thiết và kết luận của định lí.

(Không yêu cầu học sinh chứng minh định lí này).

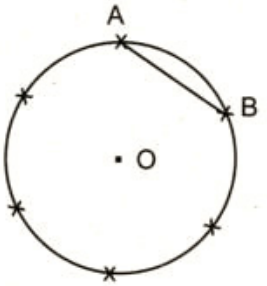


Hình 11

Bài tập

10. a) Vẽ đường tròn tâm O, bán kính R = 2 cm. Nêu cách vẽ cung AB có số đo bằng 60^o. Hỏi dây AB dài bao nhiêu xentimét ?

b) Làm thế nào để chia được đường tròn thành sáu cung bằng nhau như trên hình 12.



Hình 12

11. Cho hai đường tròn bằng nhau (O) và (O') cắt nhau tại hai điểm A và B. Kẻ các đường kính AOC, AO'D. Gọi E là giao điểm thứ hai của AC với đường tròn (O').

a) So sánh các cung nhỏ BC, BD.

b) Chứng minh rằng B là *điểm chính giữa* của cung EBD (tức là điểm B chia cung EBD thành hai cung bằng nhau : $\overset{\frown}{BE} = \overset{\frown}{BD}$).

12. Cho tam giác ABC. Trên tia đối của tia AB lấy một điểm D sao cho $AD = AC$. Vẽ đường tròn tâm O ngoại tiếp tam giác DBC. Từ O lần lượt hạ các đường vuông góc OH, OK với BC và BD ($H \in BC$, $K \in BD$).

a) Chứng minh rằng $OH > OK$.

b) So sánh hai cung nhỏ BD và BC.

13. Chứng minh rằng trong một đường tròn, hai cung bị chắn giữa hai dây song song thì bằng nhau.

14. a) Chứng minh rằng đường kính đi qua điểm chính giữa của một cung thì đi qua trung điểm của dây căng cung ấy. Mệnh đề đảo có đúng không ? Hãy nêu thêm điều kiện để mệnh đề đảo đúng.

b) Chứng minh rằng đường kính đi qua điểm chính giữa của một cung thì vuông góc với dây căng cung ấy và ngược lại.