Ôn tập chương IV

Câu hỏi

1. Hãy vẽ đồ thị của các hàm số $y = 2x^2$, $y = -2x^2$. Dựa vào đồ thị để trả lời các câu hỏi sau :

a) Nếu $a > 0$ thì hàm số $y = ax^2$ đồng biến khi nào ? Nghịch biến khi nào ?

Với giá trị nào của x thì hàm số đạt giá trị nhỏ nhất ? Có giá trị nào của x để hàm số đạt giá trị lớn nhất không ?

Nếu $a < 0$ thì hàm số đồng biến khi nào ? Nghịch biến khi nào ? Với giá trị nào của x thì hàm số đạt giá trị lớn nhất ? Có giá trị nào của x để hàm số đạt giá trị nhỏ nhất không ?

b) Đồ thị của hàm số $y = ax^2$ có những đặc điểm gì (trường hợp $a > 0$, trường hợp $a < 0$) ?

2. Đối với phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$), hãy viết công thức tính Δ, Δ'.

Khi nào thì phương trình vô nghiệm ?

Khi nào phương trình có hai nghiệm phân biệt ? Viết công thức nghiệm.

Khi nào phương trình có nghiệm kép ? Viết công thức nghiệm.

Vì sao khi a và c trái dấu thì phương trình có hai nghiệm phân biệt ?

3. Viết hệ thức Vi-ét đối với các nghiệm của phương trình bậc hai

$$ax^2 + bx + c = 0 \ (a \neq 0).$$

Nêu điều kiện để phương trình $ax^2 + bx + c = 0 \ (a \neq 0)$ có một nghiệm bằng 1. Khi đó, viết công thức nghiệm thứ hai. Áp dụng : nhẩm nghiệm của phương trình

$$1954x^2 + 21x - 1975 = 0.$$

Nêu điều kiện để phương trình $ax^2 + bx + c = 0 \ (a \neq 0)$ có một nghiệm bằng -1. Khi đó, viết công thức nghiệm thứ hai. Áp dụng : nhẩm nghiệm của phương trình

$$2005x^2 + 104x - 1901 = 0.$$

4. Nêu cách tìm hai số, biết tổng S và tích P của chúng.

Tìm hai số u và v trong mỗi trường hợp sau :

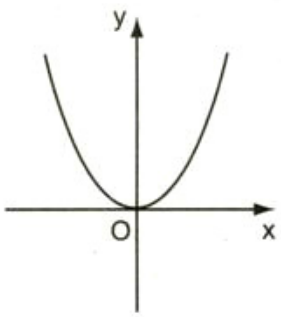
a) $\begin{cases} u + v = 3 \\ uv = -8 \end{cases}$; b) $\begin{cases} u + v = -5 \\ uv = 10 \end{cases}$.

5. Nêu cách giải phương trình trùng phương $ax^4 + bx^2 + c = 0 \ (a \neq 0)$.

Tóm tắt các kiến thức cần nhớ

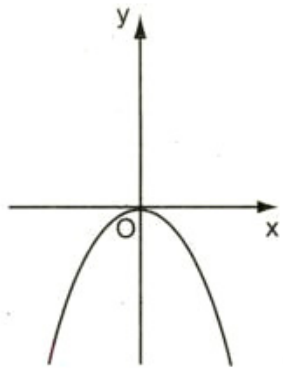
Hàm số $y = ax^2 \ (a \neq 0)$

$a > 0$



- Hàm số nghịch biến khi $x < 0$, đồng biến khi $x > 0$.
- $y = 0$ là giá trị nhỏ nhất của hàm số, đạt được khi $x = 0$.

$a < 0$



- Hàm số đồng biến khi $x < 0$, nghịch biến khi $x > 0$.
- $y = 0$ là giá trị lớn nhất của hàm số, đạt được khi $x = 0$.

Phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- $\Delta > 0$: phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \; ; \; x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

- $\Delta = 0$: phương trình có nghiệm kép

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}.$$

- $\Delta < 0$: phương trình vô nghiệm.

$\Delta' = b'^2 - ac \quad (b = 2b')$

- $\Delta' > 0$: phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} \; ; \; x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a}.$$

- $\Delta' = 0$: phương trình có nghiệm kép

$$x_1 = x_2 = -\frac{b'}{a}.$$

- $\Delta' < 0$: phương trình vô nghiệm.

Hệ thức Vi-ét và ứng dụng

- Nếu x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ thì

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} \\ x_1 x_2 = \dfrac{c}{a} \end{cases}.$$

- Muốn tìm hai số u và v, biết $u + v = S$, $uv = P$, ta giải phương trình

$$x^2 - Sx + P = 0.$$

(Điều kiện để có u và v là $S^2 - 4P \geq 0$).

- Nếu $a + b + c = 0$ thì phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ có hai nghiệm

$$x_1 = 1, \; x_2 = \frac{c}{a}.$$

- Nếu $a - b + c = 0$ thì phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ có hai nghiệm

$$x_1 = -1, \; x_2 = -\frac{c}{a}.$$

Bài tập

54. Vẽ đồ thị của hai hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$ và $y = -\frac{1}{4}x^2$ trên cùng một hệ trục toạ độ.

a) Qua điểm B (0 ; 4) kẻ đường thẳng song song với trục Ox. Nó cắt đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$ tại hai điểm M và M'. Tìm hoành độ của M và M'.

b) Tìm trên đồ thị của hàm số $y = -\frac{1}{4}x^2$ điểm N có cùng hoành độ với M, điểm N' có cùng hoành độ với M'. Đường thẳng NN' có song song với Ox không ? Vì sao ? Tìm tung độ của N và N' bằng hai cách :

– Ước lượng trên hình vẽ ;

– Tính toán theo công thức.

55. Cho phương trình $x^2 - x - 2 = 0$.

a) Giải phương trình.

b) Vẽ hai đồ thị $y = x^2$ và $y = x + 2$ trên cùng một hệ trục toạ độ.

c) Chứng tỏ rằng hai nghiệm tìm được trong câu a) là hoành độ giao điểm của hai đồ thị.

56. Giải các phương trình :

a) $3x^4 - 12x^2 + 9 = 0$; b) $2x^4 + 3x^2 - 2 = 0$; c) $x^4 + 5x^2 + 1 = 0$.

57. Giải các phương trình :

a) $5x^2 - 3x + 1 = 2x + 11$; b) $\frac{x^2}{5} - \frac{2x}{3} = \frac{x+5}{6}$;

c) $\frac{x}{x-2} = \frac{10-2x}{x^2-2x}$; d) $\frac{x+0{,}5}{3x+1} = \frac{7x+2}{9x^2-1}$;

e) $2\sqrt{3}x^2 + x + 1 = \sqrt{3}(x+1)$; f) $x^2 + 2\sqrt{2}x + 4 = 3(x+\sqrt{2})$.

58. Giải các phương trình :

a) $1{,}2x^3 - x^2 - 0{,}2x = 0$; b) $5x^3 - x^2 - 5x + 1 = 0$.

59. Giải phương trình bằng cách đặt ẩn phụ :

a) $2(x^2 - 2x)^2 + 3(x^2 - 2x) + 1 = 0$; b) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4\left(x + \frac{1}{x}\right) + 3 = 0$.

60. Với mỗi phương trình sau, đã biết một nghiệm (ghi kèm theo), hãy tìm nghiệm kia :

a) $12x^2 - 8x + 1 = 0$, $x_1 = \frac{1}{2}$; b) $2x^2 - 7x - 39 = 0$, $x_1 = -3$;

c) $x^2 + x - 2 + \sqrt{2} = 0$, $x_1 = -\sqrt{2}$; d) $x^2 - 2mx + m - 1 = 0$, $x_1 = 2$.

61. Tìm hai số u và v trong mỗi trường hợp sau :

a) $u + v = 12$, $uv = 28$ và $u > v$; b) $u + v = 3$, $uv = 6$.

62. Cho phương trình $7x^2 + 2(m - 1)x - m^2 = 0$.

a) Với giá trị nào của m thì phương trình có nghiệm ?

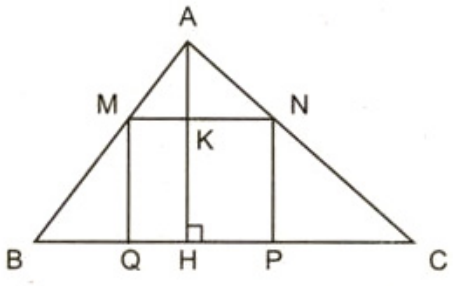
b) Trong trường hợp phương trình có nghiệm, dùng hệ thức Vi-ét, hãy tính tổng các bình phương hai nghiệm của phương trình theo m.

63. Sau hai năm, số dân của một thành phố tăng từ 2 000 000 người lên 2 020 050 người. Hỏi trung bình mỗi năm dân số của thành phố đó tăng bao nhiêu phần trăm ?

64. Bài toán yêu cầu tìm tích của một số dương với một số lớn hơn nó 2 đơn vị, nhưng bạn Quân nhầm đầu bài lại tính tích của một số dương với một số bé hơn nó 2 đơn vị. Kết quả của bạn Quân là 120. Hỏi nếu làm đúng đầu bài đã cho thì kết quả phải là bao nhiêu ?

65. Một xe lửa đi từ Hà Nội vào Bình Sơn (Quảng Ngãi). Sau đó 1 giờ, một xe lửa khác đi từ Bình Sơn ra Hà Nội với vận tốc lớn hơn vận tốc của xe lửa thứ nhất là 5 km/h. Hai xe gặp nhau tại một ga ở chính giữa quãng đường. Tìm vận tốc của mỗi xe, giả thiết rằng quãng đường Hà Nội – Bình Sơn dài 900 km.

66. Cho tam giác ABC có BC = 16 cm, đường cao AH = 12 cm. Một hình chữ nhật MNPQ có đỉnh M thuộc cạnh AB, đỉnh N thuộc cạnh AC còn hai đỉnh P và Q thuộc cạnh BC (h. 17). Xác định vị trí của điểm M trên cạnh AB sao cho diện tích của hình chữ nhật đó bằng 36 cm^2.



Hình 17