§7. Tứ giác nội tiếp

Ta luôn vẽ được một đường tròn đi qua các đỉnh của một tam giác. Phải chăng ta cũng làm được như vậy đối với một tứ giác ?

1. Khái niệm tứ giác nội tiếp

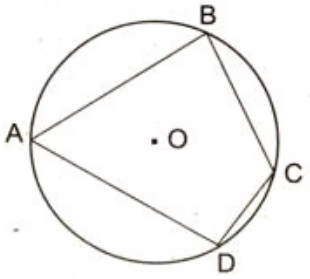
?1 *a) Vẽ một đường tròn tâm* O *rồi vẽ một tứ giác có tất cả các đỉnh nằm trên đường tròn đó.*

b) Vẽ một đường tròn tâm I *rồi vẽ một tứ giác có ba đỉnh nằm trên đường tròn đó còn đỉnh thứ tư thì không.*

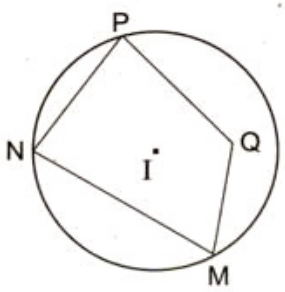
ĐỊNH NGHĨA. *Một tứ giác có bốn đỉnh nằm trên một đường tròn được gọi là tứ giác nội tiếp đường tròn (gọi tắt là tứ giác nội tiếp).*

Ví dụ. Tứ giác ABCD là tứ giác nội tiếp (h. 43). Tứ giác MNPQ không là tứ giác nội tiếp (h. 44).

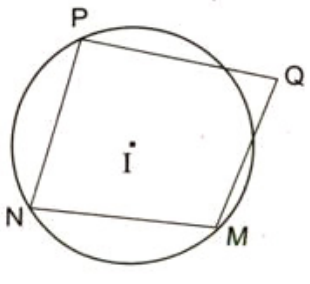
Ở hình 44, không thể có một đường tròn nào đi qua cả bốn đỉnh M, N, P, Q.



Hình 43



a)

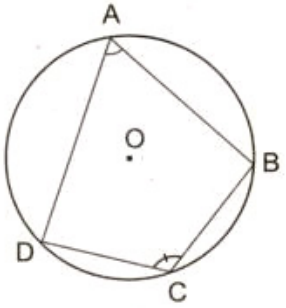


b)

Hình 44

2. Định lí

Trong một tứ giác nội tiếp, tổng số đo hai góc đối nhau bằng 180^o.



Hình 45

?2 *Xem hình 45. Hãy chứng minh định lí trên.*

Hướng dẫn. Cộng số đo của hai cung cùng căng một dây.

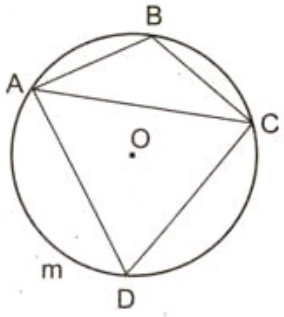
3. Định lí đảo

Nếu một tứ giác có tổng số đo hai góc đối nhau bằng 180^o *thì tứ giác đó nội tiếp được đường tròn.*

Chứng minh

Giả sử tứ giác ABCD có $\widehat{B} + \widehat{D} = 180^o$.

Ta vẽ đường tròn tâm O qua A, B, C (bao giờ cũng vẽ được đường tròn như vậy vì ba điểm A, B, C không thẳng hàng). Hai điểm A và C chia đường tròn (O) thành hai cung ABC và AmC, trong đó $\overset{\frown}{AmC}$ là cung chứa góc $(180^o - \widehat{B})$ dựng trên đoạn thẳng AC. Mặt khác, từ giả thiết suy ra $\widehat{D} = 180^o - \widehat{B}$. Vậy điểm D nằm trên cung AmC nói trên. Tức là tứ giác ABCD có cả bốn đỉnh nằm trên đường tròn (O) (h. 46).



Hình 46

Bài tập

53. Biết ABCD là tứ giác nội tiếp. Hãy điền vào ô trống trong bảng sau (nếu có thể) :

Góc \ Trường hợp	1)	2)	3)	4)	5)	6)
$\widehat{A}$	80^o		60^o			95^o
$\widehat{B}$	70^o			40^o	65^o	
$\widehat{C}$		105^o			74^o	
$\widehat{D}$		75^o				98^o

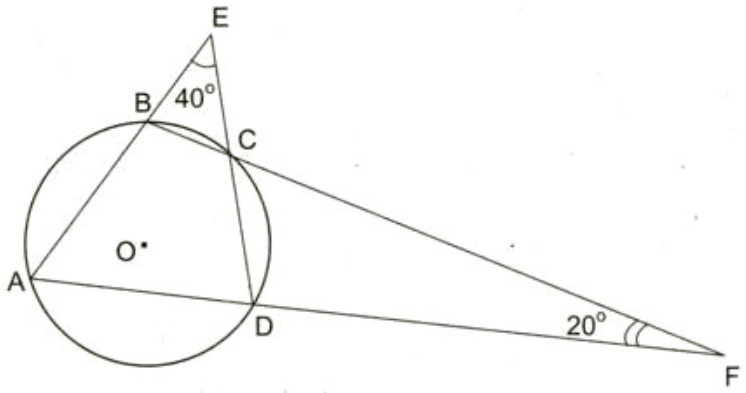
54. Tứ giác ABCD có $\overset{\frown}{ABC} + \overset{\frown}{ADC} = 180^o$. Chứng minh rằng các đường trung trực của AC, BD, AB cùng đi qua một điểm.

55. Cho ABCD là một tứ giác nội tiếp đường tròn tâm M, biết $\overset{\frown}{DAB} = 80^o$, $\overset{\frown}{DAM} = 30^o$, $\overset{\frown}{BMC} = 70^o$.

Hãy tính số đo các góc $\overset{\frown}{MAB}$, $\overset{\frown}{BCM}$, $\overset{\frown}{AMB}$, $\overset{\frown}{DMC}$, $\overset{\frown}{AMD}$, $\overset{\frown}{MCD}$ và $\overset{\frown}{BCD}$.

Luyện tập

56. Xem hình 47. Hãy tìm số đo các góc của tứ giác ABCD.



Hình 47

57. Trong các hình sau, hình nào nội tiếp được trong một đường tròn :

Hình bình hành, hình chữ nhật, hình vuông, hình thang, hình thang vuông, hình thang cân ? Vì sao ?

58. Cho tam giác đều ABC. Trên nửa mặt phẳng bờ BC không chứa đỉnh A, lấy điểm D sao cho DB = DC và $\widehat{DCB} = \frac{1}{2}\widehat{ACB}$.

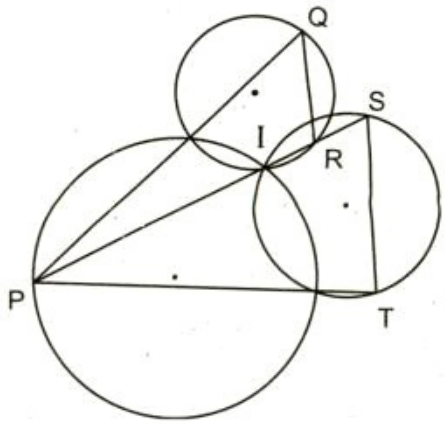
a) Chứng minh ABDC là tứ giác nội tiếp.

b) Xác định tâm của đường tròn đi qua bốn điểm A, B, D, C.

59. Cho hình bình hành ABCD. Đường tròn đi qua ba đỉnh A, B, C cắt đường thẳng CD tại P khác C. Chứng minh AP = AD.

60. Xem hình 48. Chứng minh QR // ST.

Hướng dẫn. Xét cặp góc so le trong $\widehat{PST}, \widehat{SRQ}$.



Hình 48