

§4. Đường trung bình của tam giác, của hình thang

34. Cho tam giác ABC, điểm D thuộc cạnh AC sao cho $AD = \frac{1}{2}DC$. Gọi M là trung điểm của BC, I là giao điểm của BD và AM. Chứng minh rằng $AI = IM$.
35. Hình thang ABCD có đáy AB, CD. Gọi E, F, I theo thứ tự là trung điểm của AD, BC, AC. Chứng minh rằng ba điểm E, I, F thẳng hàng.
36. Cho tứ giác ABCD. Gọi E, F, I theo thứ tự là trung điểm của AD, BC, AC. Chứng minh rằng :
- $EI // CD, IF // AB$;
 - $EF \leq \frac{AB + CD}{2}$.
37. Cho hình thang ABCD ($AB // CD$), M là trung điểm của AD, N là trung điểm của BC. Gọi I, K theo thứ tự là giao điểm của MN với BD, AC. Cho biết $AB = 6\text{cm}$, $CD = 14\text{cm}$. Tính các độ dài MI, IK, KN .
38. Cho tam giác ABC, các đường trung tuyến BD và CE cắt nhau ở G. Gọi I, K theo thứ tự là trung điểm của GB, GC. Chứng minh rằng $DE // IK, DE = IK$.
39. Cho tam giác ABC, đường trung tuyến AM. Gọi D là trung điểm của AM, E là giao điểm của BD và AC. Chứng minh rằng $AE = \frac{1}{2}EC$.
40. Cho tam giác ABC, các đường trung tuyến BD, CE. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của BE, CD. Gọi I, K theo thứ tự là giao điểm của MN với BD, CE. Chứng minh rằng $MI = IK = KN$.
41. Chứng minh rằng đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh bên của hình thang và song song với hai đáy thì đi qua trung điểm của hai đường chéo và đi qua trung điểm của cạnh bên thứ hai.
42. Chứng minh rằng trong hình thang mà hai đáy không bằng nhau, đoạn thẳng nối trung điểm của hai đường chéo bằng nửa hiệu hai đáy.

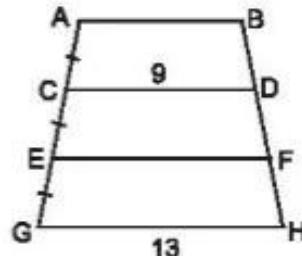
43. Hình thang ABCD có $AB \parallel CD$, $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$, $DA = d$. Các đường phân giác của các góc ngoài đỉnh A và D cắt nhau tại M, các đường phân giác của các góc ngoài đỉnh B và C cắt nhau tại N.
- Chứng minh rằng $MN \parallel CD$.
 - Tính độ dài MN theo a, b, c, d (a, b, c, d có cùng đơn vị đo).
44. Cho tam giác ABC, đường trung tuyến AM. Gọi O là trung điểm của AM. Qua O kẻ đường thẳng d cắt các cạnh AB và AC. Gọi AA' , BB' , CC' là các đường vuông góc kẻ từ A, B, C đến đường thẳng d. Chứng minh rằng :

$$AA' = \frac{BB' + CC'}{2}.$$

Bài tập bổ sung

- 4.1. Trên hình bs.1, ta có $AB \parallel CD \parallel EF \parallel GH$ và $AC = CE = EG$. Biết $CD = 9$, $GH = 13$. Các độ dài AB và EF bằng :
- 8 và 10 ;
 - 6 và 12 ;
 - 7 và 11 ;
 - 7 và 12.

Hãy chọn phương án đúng.



Hình bs.1

- 4.2. Cho đường thẳng d và hai điểm A, B có khoảng cách đến đường thẳng d theo thứ tự là 20cm và 6cm. Gọi C là trung điểm của AB. Tính khoảng cách từ C đến đường thẳng d.
- 4.3. Cho tam giác ABC. Gọi M là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia BA lấy điểm D sao cho $BD = AB$. Gọi K là giao điểm của DM và AC. Chứng minh rằng $AK = 2KC$.