

§8. TÍNH CHẤT CỦA DÃY TỈ SỐ BẰNG NHAU

A - MỤC TIÊU

- HS nắm vững tính chất của dãy tỉ số bằng nhau.
- Có kĩ năng vận dụng tính chất này để giải các bài toán chia theo tỉ lệ.

B - NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

Tính chất của dãy tỉ số bằng nhau $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$ có thể được chứng minh như sau:

Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ta có đẳng thức $ad = bc$. Cộng ab vào hai vế của đẳng thức này, ta được : $ad + ab = bc + ab$, hay $a(b + d) = b(a + c)$.

Nhưng đẳng thức này lại cho ta tỉ lệ thức : $\frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+d}$.

Cách chứng minh trên là chặt chẽ và gọn nhưng về mặt sư phạm có phần thiếu tự nhiên và khó hiểu đối với đa số HS. Vì vậy, SGK đã chứng minh như sau :

Gọi giá trị chung của các tỉ số $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ là k , tức là $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ (1)

suy ra $a = kb$, $c = kd$.

Ta có
$$\frac{a+c}{b+d} = \frac{kb+kd}{b+d} = \frac{k(b+d)}{b+d} = k \quad (b+d \neq 0) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}.$$

Đây cũng là một bài mẫu để HS biết cách trình bày một bài toán chứng minh đẳng thức có liên quan đến các tỉ số.

Khi mở rộng tính chất trên cho dãy tỉ số bằng nhau, GV có thể cho HS chứng minh bằng phương pháp này.

Chẳng hạn, chứng minh từ dãy tỉ số bằng nhau $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ ta suy ra
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a-c+e}{b-d+f}$$
 như sau :

Đặt $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$ (1), suy ra $a = kb, c = kd, e = kf$.

Ta có
$$\frac{a-c+e}{b-d+f} = \frac{kb-kd+kf}{b-d+f} = \frac{k(b-d+f)}{b-d+f} = k \quad (b-d+f \neq 0) \quad (2)$$

Từ (1), (2) suy ra :
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a-c+e}{b-d+f}.$$

Đối với HS giỏi, có thể yêu cầu HS chứng minh như sau :

Từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ suy ra $\frac{a}{b} = \frac{a-c}{b-d} = \frac{e}{f}.$

Do đó lại có :
$$\frac{a}{b} = \frac{a-c+e}{b-d+f} = \frac{e}{f}.$$

C - GỢI Ý DẠY HỌC

GV dùng câu hỏi nêu ở đầu bài để đưa HS vào tình huống có vấn đề.

"Từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ có thể suy ra $\frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+d}$ không ?"

HS thực sự băn khoăn vì các em chưa có hướng để giải quyết vấn đề đặt ra. GV nói : "Học bài hôm nay chúng ta sẽ giải đáp được câu hỏi nêu trên".

Phần 1. "Tính chất của dãy tỉ số bằng nhau", GV cho HS làm ?1.

HS sẽ thấy :
$$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{2+3}{4+6} = \frac{2-3}{4-6}$$
 vì cùng bằng $\frac{1}{2}$.

Cho HS nêu dự đoán cho trường hợp tổng quát đối với tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.
GV yêu cầu HS tự đọc phần chứng minh trong SGK và mời một HS lên bảng trình bày. Tiếp đó, yêu cầu HS tự chứng minh đối với tính chất mở rộng.

Phần 2. "Chú ý", cần cho HS hiểu rõ ý nghĩa của các cách viết $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5}$ hoặc $a : b : c = 2 : 3 : 5$.

[?2] Yêu cầu HS trả lời như sau : Gọi số HS của các lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là a, b, c, thì ta có : $\frac{a}{8} = \frac{b}{9} = \frac{c}{10}$.

GV cho HS trả lời câu hỏi đã nêu ở đầu tiết học.

D - HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP SGK

Bài 54. $x = 6 ; y = 10$.

Bài 55. $x = -2 ; y = 5$.

Bài 56. Diện tích hình chữ nhật là $40m^2$.

Bài 57. Số viên bi của Minh, Hùng, Dũng theo thứ tự là 8 ; 16 ; 20.

Bài 58. Số cây của lớp 7A là 80, của lớp 7B là 100.

Bài 59. a) $17 : (-26)$; b) $(-6) : 5$; c) $16 : 23$; d) $2 : 1$.

Bài 60. a) $x = 8\frac{3}{4}$; b) $x = 1,5$; c) $x = 0,32$; d) $x = \frac{3}{32}$.

Bài 61. Ta viết $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} \Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{y}{12}$

$$\frac{y}{4} = \frac{z}{5} \Rightarrow \frac{y}{12} = \frac{z}{15}$$

Do đó ta có : $\frac{x}{8} = \frac{y}{12} = \frac{z}{15} = \frac{x+y-z}{8+12-15} = \frac{10}{5} = 2$.

Từ đó $x = 2 \cdot 8 = 16$, $y = 2 \cdot 12 = 24$, $z = 2 \cdot 15 = 30$.

Bài 62. Đặt $k = \frac{x}{2} = \frac{y}{5}$. Ta có : $x = 2k$; $y = 5k$.

Do đó $xy = 10 \Rightarrow 2k \cdot 5k = 10 \Rightarrow 10k^2 = 10 \Rightarrow k^2 = 1 \Rightarrow k = \pm 1$.

Với $k = 1$; $x = 2$; $y = 5$.

Với $k = -1$; $x = -2$; $y = -5$.

Bài 63. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ (vì $a \neq b, c \neq d$ nên $k \neq 1$) $\Rightarrow a = bk, c = dk$.

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{bk+b}{bk-b} = \frac{b(k+1)}{b(k-1)} = \frac{k+1}{k-1} \quad (1)$$

$$\frac{c+d}{c-d} = \frac{dk+d}{dk-d} = \frac{d(k+1)}{d(k-1)} = \frac{k+1}{k-1} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) : $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$.

Bài 64. Số HS các khối 6, 7, 8, 9 theo thứ tự là 315 ; 280 ; 245 và 210.

E - TÀI LIỆU BỔ SUNG

Cho HS khá, giỏi làm thêm các bài tập từ 79 đến 84 SBT Toán 7, tập một.