

§2

TỔNG CỦA HAI VECTƠ

I – MỤC TIÊU

Học sinh phải nắm được cách xác định tổng của hai hoặc nhiều vectơ cho trước, đặc biệt biết sử dụng thành thạo quy tắc ba điểm và quy tắc hình bình hành.

Học sinh cần nhớ các tính chất của phép cộng vectơ và sử dụng được trong tính toán. Các tính chất đó hoàn toàn giống như các tính chất của phép cộng các số. Vai trò của vectơ $\vec{0}$ tương tự như vai trò của số 0.

Học sinh biết cách phát biểu theo ngôn ngữ vectơ về tính chất trung điểm của đoạn thẳng và trọng tâm của tam giác.

II – NHỮNG ĐIỂM CẦN LUU Ý

- Để dẫn dắt học sinh đi đến khái niệm tổng của hai vectơ, ta đã dùng ngôn ngữ của phép tịnh tiến (ta biết rằng nếu thực hiện liên tiếp hai phép tịnh tiến lần lượt theo hai vectơ \vec{a} và \vec{b} thì kết quả là phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{a} + \vec{b}$). Cố nhiên ta không định nghĩa chính xác phép tịnh tiến là gì, ta chỉ mô tả một cách nôm na, đùi thường mà thôi.
- Khi nêu định nghĩa tổng của hai vectơ, cần làm cho học sinh nắm được cách dựng tổng của hai vectơ cho trước, nhất là trong các trường hợp đặc biệt.

Chẳng hạn, cho điểm B nằm giữa hai điểm A và C , yêu cầu học sinh dựng vectơ tổng $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$. Kinh nghiệm cho thấy sẽ có nhiều học sinh lúng túng.

3. Các tính chất của phép cộng có phần hiển nhiên và dễ hiểu đối với học sinh, cho nên bằng một vài hoạt động, ta có thể giúp HS hiểu được các tính chất đó. Lưu ý cho học sinh thấy các tính chất đó giống như các tính chất của phép cộng các số.
4. Quy tắc ba điểm và quy tắc hình bình hành cần được nhấn mạnh và củng cố. Khi trình bày ba bài toán tiếp theo, nên nhấn mạnh các quy tắc đó được áp dụng như thế nào. Bài toán 1 có hai lần áp dụng quy tắc ba điểm. Bài toán 2 và 3 có áp dụng quy tắc hình bình hành.

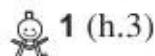
Đối với Bài toán 1, GV có thể hướng dẫn để học sinh viết được các biểu thức tương tự. Chẳng hạn :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}, \quad \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}, \dots$$

5. Cần chú ý đến ví dụ về tổng hợp lực để học sinh nắm được bản chất toán học của khái niệm hợp của nhiều lực cùng tác động vào một vật.

III – TRẢ LỜI ? VÀ HƯỚNG DẪN HOẠT ĐỘNG

?1 Có thể chỉ tịnh tiến một lần theo vectơ \overrightarrow{AC} .

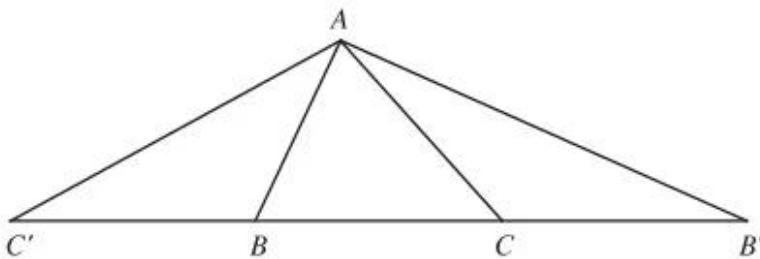


a) Lấy điểm C' sao cho B là trung điểm của CC' .

Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{AC'}$.

b) Lấy điểm B' sao cho C là trung điểm của BB' .

Ta có $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB'} = \overrightarrow{AB'}$.



Hình 3

?2 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$.

 3 (h.4)

Vẽ hình bình hành $OACB$ sao cho

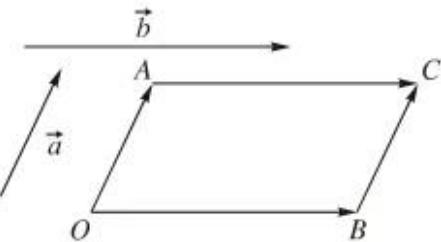
$$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{BC} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AC} = \vec{b}.$$

Theo định nghĩa tổng của hai vectơ, ta có :

$$\vec{a} + \vec{b} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC},$$

$$\vec{b} + \vec{a} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC}.$$

Vậy $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$.



Hình 4

 4

a) Theo định nghĩa tổng của hai vectơ, ta có (h. 11 SGK)

$$\vec{a} + \vec{b} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB}, \text{ do đó } (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC}.$$

$$\text{b) Ta có } \vec{b} + \vec{c} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} \text{ nên } \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC}.$$

$$\text{c) Từ đó có kết luận } (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}).$$

[?2] a) Vì $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AB}$ nên

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} \text{ (quy tắc ba điểm).}$$

b) Với ba điểm M, N, P bất kì ta luôn có $MP \leq MN + NP$.

 5

Theo quy tắc ba điểm ta có $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$, do đó

$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}.$$

[?3] Ta có $GC' = 2GM$, và theo tính chất trọng tâm tam giác ta có $GC' = CG$. Ngoài ra, hai vectơ $\overrightarrow{GC'}$ và \overrightarrow{CG} có cùng hướng, vậy $\overrightarrow{GC'} = \overrightarrow{CG}$.

IV – TRẢ LỜI CÂU HỎI VÀ GIẢI BÀI TẬP

6. Theo định nghĩa của tổng hai vectơ và theo tính chất giao hoán của tổng, từ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, ta suy ra $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$. Từ đó theo quy tắc ba điểm, ta có $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.

13. Bài tập này ngoài việc nắm vững quy tắc hình bình hành để tìm hợp lực của hai lực, còn yêu cầu học sinh dùng các kiến thức ở lớp 9 để tính toán được độ dài vectơ tổng.

Đáp số: a) 100N ; b) 50N.

Ta cũng có thể làm như sau :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} &\Rightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} \text{ (quy tắc ba điểm)} \\ &\Rightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} \text{ (cộng } \overrightarrow{BC} \text{ vào hai véc)} \\ &\Rightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CC} = \overrightarrow{BB} + \overrightarrow{BD} \\ &\Rightarrow \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD} \text{ (tính chất của vectơ-không).}\end{aligned}$$

7. *Trả lời* : Hình thoi (hình bình hành có hai cạnh liên tiếp bằng nhau).
8. a) $\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{MQ}$ (dấu " $=$ " thứ nhất do tính giao hoán, hai dấu " $=$ " tiếp theo do quy tắc ba điểm).
- b) $\overrightarrow{NP} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{QP} = \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{MQ}$ (dấu " $=$ " thứ nhất và thứ tư do tính giao hoán, dấu " $=$ " thứ hai và thứ ba do quy tắc ba điểm).
- c) Chính là Bài toán 1 với các kí hiệu khác. Học sinh không làm được bài này là xem như không đạt yêu cầu.
9. *Trả lời* : a) Sai ; b) Đúng. Bài tập này nhằm củng cố khái niệm độ dài của một vectơ, tránh cho học sinh ngộ nhận rằng : "độ dài của tổng hai vectơ bằng tổng độ dài của hai vectơ đó".
10. a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ (quy tắc hình bình hành) ;
- b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$;
- c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB}$ (tính chất giao hoán và quy tắc ba điểm) ;
- d) Vì O là trung điểm của AC nên $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$;
- e) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.
11. *Trả lời* : a) Sai ; b) Đúng ; c) Sai ;
d) Đúng vì :
- $$\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}.$$
- Bài tập này lần nữa củng cố quy tắc ba điểm và quy tắc hình bình hành.
12. a) Các điểm M, N, P đều nằm trên đường tròn, sao cho CM, AN, BP là những đường kính của đường tròn.
- b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{ON} = \vec{0}$.