MỘT SỐ ĐỀ KIỂM TRA

(Để giáo viên tham khảo)

Các đề kiểm tra 15 phút

Đề 1

(Sau khi học xong các dạng phương trình đường thẳng)

Trong mặt phẳng toạ độ cho hai điểm $A(-1\ ;\ 4)$ và $B(3\ ;\ 8)$.

1. Viết phương trình đường trung trực của đoạn AB.

2. Viết phương trình tham số của đường thẳng AB.

3. Tìm toạ độ các giao điểm của đường thẳng AB với hai trục toạ độ.

Đáp án và thang điểm

1. (4 điểm)

$$(x-1)+(y-6)=0 \Leftrightarrow x+y-7=0.$$

2. (3 điểm)

$$\begin{cases} x=-1+t \\ y=\ \ 4+t. \end{cases}$$

3. (3 điểm)

Viết lại phương trình đường thẳng AB : $x-y=-5 \Leftrightarrow \dfrac{x}{-5}+\dfrac{y}{5}=1.$

Các giao điểm với hai trục toạ độ : $(-5\ ;\ 0)$ và $(0\ ;\ 5)$.

Đề 2

(Sau khi học xong phương trình đường tròn)

Cho đường tròn có phương trình

$$x^2+y^2+2x-4y+1=0. \qquad (*)$$

1. Xác định tâm và tính bán kính của đường tròn.

2. Viết phương trình các tiếp tuyến của đường tròn, biết tiếp tuyến đi qua điểm $Q(1\ ;\ -1)$.

Đáp án và thang điểm

1. (2 điểm)

Ta có $(*) \Leftrightarrow (x+1)^2+(y-2)^2=4.$

Đường tròn có tâm $I(-1\ ;\ 2)$, bán kính $R=2$.

2. (8 điểm)

Đường thẳng Δ đi qua Q có phương trình $a(x-1)+b(y+1)=0$ với $a^2+b^2\neq 0$. Đường thẳng Δ là tiếp tuyến của đường tròn khi và chỉ khi :

$$d(I\ ;\ \Delta)=\frac{|a(-1-1)+b(2+1)|}{\sqrt{a^2+b^2}}=2$$

$$\Leftrightarrow (2a-3b)^2=4(a^2+b^2)$$

$$\Leftrightarrow -12ab + 5b^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow b = 0 \text{ hoặc } 12a - 5b = 0.$$

– Với $b = 0$, chọn $a = 1$ ta được phương trình tiếp tuyến $x - 1 = 0$.

– Với $12a - 5b = 0$, chọn $a = 5$, $b = 12$ ta được phương trình tiếp tuyến là

$$5(x-1) + 12(y+1) = 0 \text{ hay } 5x + 12y + 7 = 0.$$

Đề 3

(Sau khi học xong parabol)

Xét parabol $(P): y^2 = 4x$ có tiêu điểm F và đường chuẩn Δ. Cho hai điểm $A(4\,;-4)$ và $B\left(\dfrac{1}{4}\,;1\right)$.

1. Chứng tỏ rằng A, B nằm trên (P) và ba điểm A, B, F thẳng hàng.

2. Chứng minh rằng khoảng cách từ trung điểm I của đoạn thẳng AB đến đường chuẩn Δ bằng nửa độ dài đoạn thẳng AB. Từ đó có kết luận gì về vị trí giữa Δ và đường tròn đường kính AB.

Đáp án và thang điểm

1. (5 điểm)

Thay toạ độ của A và B vào phương trình parabol :

$$(-4)^2 = 4.4 \Rightarrow A \in (P)\,;$$

$$1^2 = 4.\frac{1}{4} \Rightarrow B \in (P).$$

$F = (1\,;0)$, $\overrightarrow{FA} = (3\,;-4)$, $\overrightarrow{FB} = \left(-\dfrac{3}{4}\,;1\right)$. $\overrightarrow{FA} = -\dfrac{1}{4}\overrightarrow{FB}$, suy ra ba điểm A, B, F thẳng hàng.

2. (5 điểm)

$$I = \left(\frac{17}{8}\,;-\frac{3}{2}\right),\quad \Delta : x + 1 = 0.$$

Khoảng cách từ I đến Δ là $h = \dfrac{25}{8}$.

Ta lại có $$AB = \sqrt{\left(4 - \frac{1}{4}\right)^2 + (-4-1)^2} = \frac{25}{4} = 2h.$$

Vậy đường tròn đường kính AB tiếp xúc với Δ.

Các đề kiểm tra 45 phút

Đề 1

Trong mặt phẳng toạ độ cho ba điểm $A(3\ ;\ 5)$, $B(-1\ ;\ 1)$, $C(4\ ;\ 2)$.

1. Chứng minh ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

2. Viết phương trình đường cao BB' của tam giác ABC.

3. Viết phương trình đường thẳng đi qua A cắt hai cạnh Ox, Oy của góc xOy tại M và N sao cho diện tích tam giác OMN bằng 30.

Đáp án và thang điểm

1. (1,5 điểm)

Ta có $\overrightarrow{BA} = (4\ ;\ 4)$, $\overrightarrow{BC} = (5\ ;\ 1)$. Do $\frac{4}{5} \neq \frac{4}{1}$ nên $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$ không cùng phương. Vậy A, B, C không thẳng hàng.

2. (3,5 điểm)

Đường cao BB' đi qua B, nhận $\overrightarrow{AC}$ làm vectơ pháp tuyến.

$$\overrightarrow{AC} = (1\ ;\ -3) \Rightarrow BB' : 1(x+1) - 3(y-1) = 0$$

hay $$x - 3y + 4 = 0.$$

3. (5 điểm)

Đặt toạ độ $M = (a\ ;\ 0)$, $N = (0\ ;\ b)$ thì $a > 0$, $b > 0$.

Phương trình đường thẳng MN là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$.

Do $A(3\ ;\ 5)$ thuộc đường thẳng nên $\frac{3}{a} + \frac{5}{b} = 1$.

Mặt khác

$$S_{OMN} = \frac{1}{2}OM.ON = \frac{1}{2}a.b = 30 \Rightarrow a.b = 60.$$

Từ đó ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \dfrac{3}{a} + \dfrac{5}{b} = 1 \\ a.b \quad = 60. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được $a = 6$, $b = 10$.

Phương trình đường thẳng cần tìm là

$$\frac{x}{6} + \frac{y}{10} = 1.$$

Đề 2

Trong mặt phẳng toạ độ cho điểm $A(3\ ;\ 5)$ và đường thẳng

$$\Delta : 2x - y + 3 = 0.$$

1. Viết phương trình đường tròn tâm A, tiếp xúc với Δ.

2. Tìm toạ độ của điểm A' đối xứng với A qua Δ.

3. Viết phương trình đường thẳng Δ' đi qua A sao cho $(\Delta, \Delta') = 60^{\circ}$.

Đáp án và thang điểm

1. (3 điểm)

Bán kính đường tròn cần tìm là :

$$R = \frac{|2.3 - 5 + 3|}{\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}}.$$

Phương trình đường tròn : $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = \dfrac{16}{5}.$

2. (4 điểm)

Đặt $A' = (x'\ ;\ y')$, điểm A' đối xứng với A qua Δ khi và chỉ khi $AA' \perp \Delta$ và trung điểm I của AA' nằm trên Δ. Ta có $\overrightarrow{AA'} = (x' - 3\ ;\ y' - 5)$, Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u}(1\ ;\ 2)$.

$$AA' \perp \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{AA'}.\vec{u} = 0 \Leftrightarrow 1.(x' - 3) + 2.(y' - 5) = 0$$

hay $$x' + 2y' - 13 = 0. \qquad (*)$$

Toạ độ của I là $\left(\dfrac{x' + 3}{2}\ ;\ \dfrac{y' + 5}{2}\right).$

$$I \in \Delta \Leftrightarrow 2.\frac{x'+3}{2} - \frac{y'+5}{2} + 3 = 0 \Leftrightarrow 2x' - y' + 7 = 0. \qquad (**)$$

Giải hệ phương trình (*) và (**) ta được toạ độ của A' là $\left(-\frac{1}{5}\,;\,\frac{33}{5}\right)$.

3. (3 điểm)

Giả sử vectơ pháp tuyến của Δ' có toạ độ là $(\alpha\,;\,\beta)$ $(\alpha^2 + \beta^2 \neq 0)$. Phương trình của Δ' có dạng $\alpha(x-3) + \beta(y-5) = 0$. Khi đó

$$(\Delta, \Delta') = 60^{\circ} \Leftrightarrow \cos(\Delta, \Delta') = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{|2\alpha - \beta|}{\sqrt{5(\alpha^2 + \beta^2)}} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow |4\alpha - 2\beta| = \sqrt{5(\alpha^2 + \beta^2)} \Leftrightarrow 11\alpha^2 - 16\alpha\beta - \beta^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \alpha = \frac{8 \pm 5\sqrt{3}}{11}\beta.$$

Chọn $\beta = 11,\ \alpha = 8 \pm 5\sqrt{3}$.

ĐS : $(8 + 5\sqrt{3})(x-3) + 11(y-5) = 0$;
$(8 - 5\sqrt{3})(x-3) + 11(y-5) = 0.$

Chú ý. Học sinh có thể làm cách khác như sau :

Tìm hình chiếu H của A trên Δ.

Tìm B, C trên Δ sao cho $HB = HC = \frac{1}{\sqrt{3}}AH$.

Viết phương trình các đường thẳng AB, AC.

Đề 3

Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho elip (E) có phương trình chính tắc

$$\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1.$$

1. Tìm tâm sai của elip.

2. Tìm toạ độ của điểm M trên (E) sao cho $MF_1 - MF_2 = 2$ (trong đó F_1, F_2 lần lượt là tiêu điểm của elip nằm bên trái và bên phải trục Oy).

3. Viết phương trình của hypebol có các tiêu điểm F_1, F_2 và đi qua điểm $(\sqrt{2}\ ;\sqrt{3})$.

Đáp án và thang điểm

1. (2 điểm)

(E) có $a^2 = 8, b^2 = 4, c^2 = 8 - 4 = 4 \Rightarrow c = 2$. Vậy $e = \dfrac{c}{a} = \dfrac{2}{2\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

$$ĐS: e = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

2. (4 điểm)

Ta có $$MF_1 - MF_2 = (a + ex) - (a - ex) = 2ex,$$

$$MF_1 - MF_2 = 2 \Leftrightarrow ex = 1 \Leftrightarrow x = \sqrt{2}.$$

Thay vào phương trình của (E), ta được $y = \pm\sqrt{3}$.

$ĐS:$ $(\sqrt{2}\ ;\ \sqrt{3})$ và $(\sqrt{2}\ ;\ -\sqrt{3})$.

3. (4 điểm)

Ta có $F_1 = (-2\ ; 0)$, $F_2 = (2\ ; 0)$.

Hypebol có các tiêu điểm F_1, F_2 nên $c = 2$.

Phương trình chính tắc của (H) có dạng $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$.

Do điểm $(\sqrt{2}\ ;\ \sqrt{3})$ thuộc hypebol nên

$$\frac{2}{a^2} - \frac{3}{b^2} = 1. \qquad (1)$$

Ta lại có $$a^2 + b^2 = c^2 = 4 \qquad (2)$$

Giải hệ gồm hai phương trình (1), (2) ta được $a^2 = 1\ ;\ b^2 = 3$.

Phương trình chính tắc của hypebol là $\dfrac{x^2}{1} - \dfrac{y^2}{3} = 1$.