

MỘT SỐ ĐỀ KIỂM TRA

(Để giáo viên tham khảo)

Các đề kiểm tra 15'

Đề 1

(Sau khi học xong tổng của hai vectơ)

Cho hình bình hành $ABCD$.

a) Tính độ dài của vectơ $\vec{u} = \vec{BD} + \vec{CA} + \vec{AB} + \vec{DC}$.

b) Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Chứng minh rằng

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{BD}.$$

Đáp án và thang điểm

a) (5 điểm)

Ta có

$$\vec{u} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}.$$

Vậy độ dài của vectơ \vec{u} bằng 0.

b) (5 điểm)

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$. Bởi vậy

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BD}.$$

Đề 2

(Sau khi học xong hiệu của hai vectơ)

Cho tam giác đều ABC cạnh a , I là trung điểm của AC .

a) Xác định điểm M sao cho

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{IM} = \overrightarrow{IC}.$$

b) Tính độ dài của vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.

Đáp án và thang điểm

a) (5 điểm)

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{IM} = \overrightarrow{IC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{IC} - \overrightarrow{IM} = \overrightarrow{MC}.$$

Vậy M là đỉnh của hình bình hành $ABCM$ (h. 9).

b) (5 điểm)

Theo quy tắc hình bình hành, ta có $\vec{u} = \overrightarrow{BM}$. Vậy

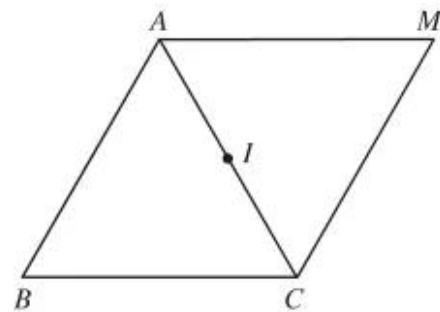
$$|\vec{u}| = BM = 2BI = a\sqrt{3}.$$

Đề 3

(Sau khi học xong phép nhân vectơ với một số)

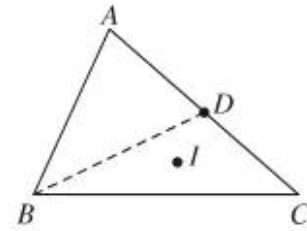
Cho tam giác ABC . Gọi I là điểm thoả mãn điều kiện :

$$\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0} \quad (\text{h. 10}).$$



Hình 9

- a) Chứng minh rằng I là trọng tâm tam giác BCD , trong đó D là trung điểm cạnh AC .
- b) Biểu thị vectơ \overrightarrow{AI} theo hai vectơ \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} .



Hình 10

Đáp án và thang điểm

a) (5 điểm)

Ta có

$$\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC}) = \vec{0}.$$

Vậy I là trọng tâm tam giác BCD .

b) (5 điểm)

$$\begin{aligned} \overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0} &\Leftrightarrow \overrightarrow{IA} + 2(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AB}) + 3(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AC}) = \vec{0} \\ &\Leftrightarrow 6\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC} = \vec{0}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}.$$

Đề 4

(Sau khi học xong trục và hệ trục tọa độ)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho các điểm $A(4 ; 0)$, $B(8 ; 0)$, $C(0 ; 4)$, $D(0 ; 6)$ và $M(2 ; 3)$.

- a) Chứng minh rằng B, C, M thẳng hàng và A, D, M thẳng hàng.
- b) Gọi P, Q, R lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng OM, AC và BD . Chứng minh rằng ba điểm P, Q, R thẳng hàng.

Đáp án và thang điểm

a) (5 điểm). Ta có $\overrightarrow{MC} = (-2 ; 1)$, $\overrightarrow{MB} = (6 ; -3)$, vậy $\overrightarrow{MB} = -3\overrightarrow{MC}$, suy ra ba điểm B, C, M thẳng hàng.

Ta có $\overrightarrow{MA} = (2 ; -3)$, $\overrightarrow{MD} = (-2 ; 3)$, vậy $\overrightarrow{MA} = -\overrightarrow{MD}$. Suy ra ba điểm A, D, M thẳng hàng.

b) (5 điểm) P là trung điểm của OM nên $P = \left(\frac{2}{2}; \frac{3}{2}\right) = \left(1; \frac{3}{2}\right)$,

$$Q \text{ là trung điểm của } AC \text{ nên } Q = \left(\frac{4}{2}; \frac{4}{2} \right) = (2; 2),$$

$$R \text{ là trung điểm của } BD \text{ nên } R = \left(\frac{8}{2}; \frac{6}{2} \right) = (4; 3).$$

Từ đó suy ra $\overrightarrow{PQ} = \left(1; \frac{1}{2} \right)$ và $\overrightarrow{QR} = (2; 1)$. Vậy $\overrightarrow{QR} = 2\overrightarrow{PQ}$, tức là ba điểm P, Q, R thẳng hàng.

Các đề kiểm tra 45'

Đề 1

1. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $AB'C'D'$ có chung đỉnh A . Chứng minh rằng :

a) $\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{DD'}$;

b) Hai tam giác $BC'D$ và $B'CD'$ có cùng trọng tâm.

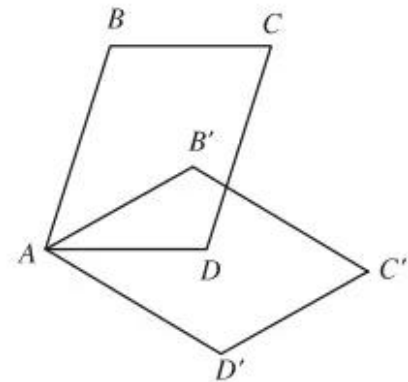
2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(1; 4)$ và $B(2; 2)$. Đường thẳng đi qua A và B cắt trục Ox tại M và cắt trục Oy tại N . Tính diện tích tam giác OMN .

Đáp án và thang điểm

1. (h. 11)

a) (3 điểm).

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \overrightarrow{CC'} &= \overrightarrow{AC'} - \overrightarrow{AC} \\ &= \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD'} - (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \\ &= \overrightarrow{AB'} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD'} - \overrightarrow{AD} \\ &= \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{DD'}. \end{aligned}$$



Hình 11

b) (4 điểm)

Từ $\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{DD'}$ suy ra với mọi điểm G ta có

$$\begin{aligned} \overrightarrow{GC'} - \overrightarrow{GC} &= \overrightarrow{GB'} - \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD'} - \overrightarrow{GD} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{GC'} &= \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GD'} + \overrightarrow{GC}. \end{aligned}$$

Suy ra $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{GC'} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GD'} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

Vậy nếu G là trọng tâm tam giác $BC'D$ thì G cũng là trọng tâm tam giác $B'CD'$.

2. (3 điểm)

Giả sử $M = (x; 0)$, và $N = (0; y)$. Khi đó $\overrightarrow{AB} = (1; -2)$, $\overrightarrow{AM} = (x-1; -4)$, $\overrightarrow{AN} = (-1; y-4)$. Vì \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AM} cùng phương nên $\frac{x-1}{1} = \frac{-4}{-2}$ hay $x = 3$. Vậy $M = (3; 0)$.

Vì \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AN} cùng phương nên $\frac{-1}{1} = \frac{y-4}{-2}$ hay $y = 6$. Vậy $N = (0; 6)$.

Diện tích tam giác OMN là

$$S = \frac{1}{2} OM \cdot ON = \frac{1}{2} |\overrightarrow{OM}| \cdot |\overrightarrow{ON}| = \frac{3 \times 6}{2} = 9.$$

ĐỀ 2

1. Cho tam giác OAB . Đặt $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Gọi C, D, E là các điểm sao cho $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{OD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA}$.

a) Hãy biểu thị các vectơ \overrightarrow{OC} , \overrightarrow{CD} , \overrightarrow{DE} qua các vectơ \vec{a} , \vec{b} .

b) Chứng minh rằng ba điểm C, D, E thẳng hàng.

2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $G(1; 2)$. Tìm tọa độ điểm A thuộc Ox và điểm B thuộc Oy sao cho G là trọng tâm tam giác OAB .

Đáp án và thang điểm

1. a) (5 điểm)

Vì $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$ nên

$$\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = 2(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA})$$

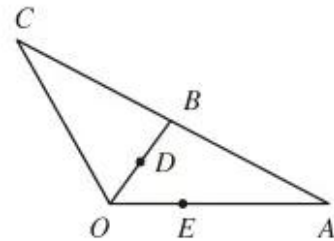
hay $\overrightarrow{OC} = -\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} = -\vec{a} + 2\vec{b}$.

$$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{a} - 2\vec{b} = \vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}.$$

$$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{OE} - \overrightarrow{OD} = \frac{1}{3}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}.$$

b) (2 điểm)

Từ câu a) suy ra $\overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{DE}$. Vậy ba điểm C, D, E thẳng hàng.



Hình 12

2. (3 điểm) Gọi $A = (x; 0)$, $B = (0; y)$.

G là trọng tâm của tam giác OAB khi và chỉ khi

$$1 = \frac{x + 0 + 0}{3} \text{ và } 2 = \frac{0 + y + 0}{3},$$

tức là $x = 3$, $y = 6$. Vậy $A = (3; 0)$, $B = (0; 6)$.