

§2. Đồ thị của hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$)

A - MỤC TIÊU

HS cần :

- Biết được dạng của đồ thị hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) và phân biệt được chúng trong hai trường hợp $a > 0$, $a < 0$.
- Nắm vững tính chất của đồ thị và liên hệ được tính chất của đồ thị với tính chất của hàm số.
- Vẽ được đồ thị.

B - NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

• Nên liên hệ chặt chẽ giữa dạng của đồ thị với sự biến thiên của hàm số. Chẳng hạn, khi nói về dạng của đồ thị trong trường hợp $a < 0$, ta cho HS xem lại bảng những cặp giá trị tương ứng giữa x và y của hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ để thấy trong khoảng $x < 0$ hàm số đồng biến, do đó đồ thị đi lên (từ trái sang phải) ; trong khoảng $x > 0$ hàm số nghịch biến, do đó đồ thị đi xuống (từ trái sang phải). Ngược lại, khi HS đã nhớ kĩ dạng của đồ thị thì từ đồ thị lại có thể suy ra tính chất của hàm số.

• Khi lập bảng giá trị tương ứng giữa x và y , ta nên lưu ý HS rằng vì $y = ax^2$ nên khi thay x bởi $-x$ thì các giá trị tương ứng của y bằng nhau. Chẳng hạn, với $x_1 = 2$ thì $y_1 = -\frac{1}{2} \cdot 2^2 = -2$, với $x_2 = -2$ thì $y_2 = -\frac{1}{2} \cdot (-2)^2 = -2 = y_1$. Nhờ nhận xét này mà việc tính toán có thể giảm được một nửa. Ví dụ, để lập bảng những cặp giá trị tương ứng giữa x và y của hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$, ta chỉ cần tính :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y				0	$-\frac{1}{2}$	-2	$-\frac{9}{2}$

Bây giờ chỉ việc dùng nhận xét trên để điền vào các ô trống còn lại. Qua đó, chúng ta thấy rõ tính đối xứng của đồ thị qua trục Oy.

• Khi chọn các điểm để vẽ đồ thị cũng nên thường xuyên tận dụng tính chất đối xứng của đồ thị để công việc được đơn giản hơn.

• Cần cho HS chuẩn bị trước giấy kẻ ô li : vở HS có thể thuộc loại kẻ ô li, cũng có thể là một tờ giấy kẻ ô li dán vào vở.

C - GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

– Để vào đề, sau khi dùng câu nói trong SGK, có thể nói thêm rằng : "Ta đã biết đồ thị của hàm số bậc nhất $y = ax + b$ ($a \neq 0$) là một đường thẳng. Bây giờ, ta hãy tìm hiểu xem đồ thị của hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) là một đường có hình dạng như thế nào."

- Xét trường hợp $a > 0$.

Ví dụ 1 : Vẽ đồ thị của hàm số $y = 2x^2$.

GV có thể chuẩn bị sẵn bảng (hoặc tờ giấy khổ A_1) có kẻ ô vuông và hệ trục tọa độ có sẵn các điểm A, B, C, O, A', B', C'. Cho HS quan sát khi GV nối các điểm bởi các cung. Ta cho HS khẳng định ngay : Đồ thị không phải là một đường thẳng, rồi hướng dẫn HS thực hiện hoạt động [?1] như trong SGK.

GV giới thiệu rằng đồ thị này được gọi là một parabol, điểm O gọi là đỉnh parabol, và dùng hình vẽ trực quan để lưu ý HS rằng O là điểm thấp nhất của đồ thị.

Sau đó có thể cho HS nhận xét tỉ mỉ hơn về mối liên hệ giữa sự biến thiên của hàm số với dạng đồ thị : Khi $x < 0$, hàm số nghịch biến, còn đồ thị thì đi từ trên cao xuống điểm O (kể từ trái sang phải). Khi $x > 0$, hàm số đồng biến, đồ thị đi từ điểm O lên cao (kể từ trái sang phải).

- Xét trường hợp $a < 0$.

Ví dụ 2 : Vẽ đồ thị của hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$.

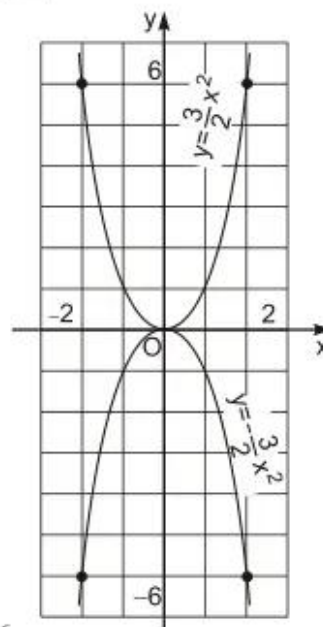
– Thực hiện hoạt động [?2] tương tự như hoạt động [?1].

Sau đó cho HS phát biểu nhận xét tổng quát cho mỗi trường hợp.

– Thực hiện hoạt động [?3].

a) GV nên giải thích rằng : Muốn tìm một điểm trên đồ thị có hoành độ x_0 , ta chỉ việc kẻ đường thẳng đi qua điểm biểu diễn x_0 trên trục Ox và song song với Oy, nó cắt đồ thị tại một điểm. Đó là điểm cần tìm.

b) Cách giải thích tương tự, nhưng lưu ý rằng đường thẳng song song với Ox nếu cắt đồ thị thì phải cắt ở hai điểm đối xứng với nhau qua trục Oy, vì đồ thị nhận Oy làm trục đối xứng.



Hình 6

D - HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP SGK

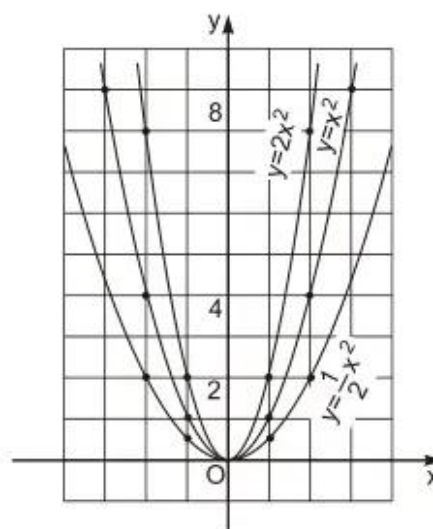
4. (h. 6)

5. a) (h. 7)

x	-2	-1	0	1	2
$y = \frac{1}{2}x^2$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2x^2$	8	2	0	2	8



Hình 7

b) Kí hiệu y_A là tung độ của điểm A.

Đáp số: $y_A = 1,125$, $y_B = 2,25$, $y_C = 4,5$.

c) Đáp số: $y_{A'} = 1,125$, $y_{B'} = 2,25$, $y_{C'} = 4,5$.

d) Đáp số: $x = 0$.

6. a) GV tự vẽ.

b) $f(-8) = 64$; $f(-1,3) = 1,69$; $f(-0,75) = 0,5625$; $f(1,5) = 2,25$.

c), d) GV tự làm.

7. a) Gọi M là điểm thuộc đồ thị và có hoành độ $x = 2$. Khi đó, tung độ $y = a \cdot 2^2 = 1$.
Suy ra $a = \frac{1}{4}$.

b) Có thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$.

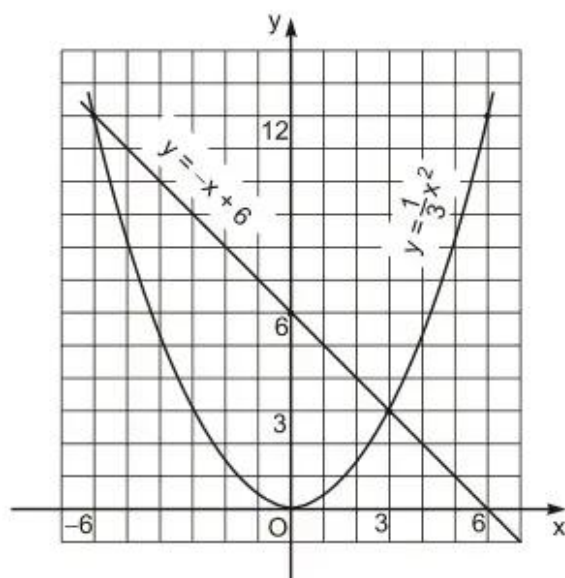
c) Chẳng hạn, nhờ tính đối xứng của đồ thị, ta lấy thêm hai điểm $M'(-2; 1)$, $A'(-4; 4)$.

8. a) $x = -2$ thì $y = a(-2)^2 = 2$, suy ra $a = \frac{1}{2}$.

b) $y = \frac{1}{2} \cdot (-3)^2 = \frac{9}{2}$.

c) $\frac{1}{2}x^2 = 8$, suy ra $x = \pm 4$. Hai điểm cần tìm là $M(4; 8)$, $M'(-4; 8)$.

9. (h.8)



Hình 8

10. (Đồ thị GV tự vẽ) Vì $-2 < 0 < 4$ nên khi $x = 0$ thì $y = 0$ là giá trị lớn nhất của hàm số. Hơn nữa, khi $x = -2$ thì $y = -0,75 \cdot (-2)^2 = -3$, khi $x = 4$ thì $y = -0,75 \cdot 4^2 = -12 < -3$. Do đó, khi $-2 \leq x \leq 4$ thì giá trị nhỏ nhất của hàm số là -12 , còn giá trị lớn nhất của hàm số là 0 .

Chú ý : Nên tô đậm phần giá trị tương ứng của y trên trục Oy để HS dễ nhận thấy giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.