

§2. Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn

A - MỤC TIÊU

HS cần nắm được :

- Khái niệm nghiệm của hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn ;
- Phương pháp minh hoạ hình học tập nghiệm của hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn.
- Khái niệm hai hệ phương trình tương đương.

B - NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

- Mặc dù tên bài học là "Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn" nhưng các tác giả đã không định nghĩa riêng khái niệm hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn.

Khái niệm này được hiểu đồng thời với khái niệm nghiệm của nó, thông qua một ví dụ cụ thể.

- Khi minh hoạ tập nghiệm của hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn, ta cũng có thể tìm được nghiệm của hệ phương trình bằng cách xác định tọa độ giao điểm của hai đường thẳng (biểu diễn hai tập nghiệm của hai phương trình thuộc hệ). Tuy nhiên, kết quả thu được có thể không chính xác. Bởi vậy, khi muốn khẳng định chính xác một cặp số là nghiệm của hệ phương trình, ta nên thử lại bằng tính toán.

- Không cần tính nghiệm hay vẽ đồ thị, ta cũng có thể biết được một hệ phương trình bậc nhất hai ẩn cho trước có một nghiệm duy nhất, vô nghiệm hay vô số nghiệm (xem bài tập 4). Muốn vậy, ta biểu diễn tập nghiệm của mỗi phương trình trong hệ bởi một đường thẳng rồi xét xem hai đường thẳng đó cắt nhau, song song với nhau hay trùng nhau (nói chung, ta có thể nhận biết được điều đó thông qua hệ số góc và tung độ gốc của các đường thẳng được xét).

Giáo viên nên luyện cho HS cách đoán nhận này mà không vẽ hình.

- Trong bài này, để kiểm nghiệm sự tương đương của hai hệ phương trình bậc nhất, nếu cần, ta dùng cách minh hoạ hình học.

- Nếu hai *phương trình bậc nhất một ẩn* cùng có vô số nghiệm thì chúng tương đương với nhau, bởi vì trong trường hợp này, cả hai phương trình đều nghiệm đúng với mọi giá trị của ẩn, nghĩa là chúng có cùng tập nghiệm là **R**.

Tuy nhiên, hai *phương trình bậc nhất hai ẩn* cùng có vô số nghiệm thì chưa chắc đã tương đương với nhau. Chẳng hạn, phương trình $x + 0y = 1$ và phương trình $x + 0y = 2$ là hai phương trình không tương đương, mặc dù chúng đều có vô số nghiệm.

- Từ kết quả trên, dễ thấy rằng hai hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn cùng có vô số nghiệm cũng chưa chắc đã tương đương với nhau (xem bài tập 6).

C - GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

– Trọng tâm của bài này là làm cho HS hiểu được khái niệm *nghiệm của hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn*, đặc biệt là việc giải thích tại sao mỗi nghiệm như vậy lại là tọa độ của một điểm chung của hai đường thẳng.

– Ta đã biết, tập nghiệm của mỗi phương trình bậc nhất hai ẩn được biểu diễn bởi một đường thẳng. Do đó, để vẽ đường thẳng ấy, ta chỉ cần xác định hai điểm phân biệt của nó rồi nối lại (chú ý không nên chọn hai điểm quá gần nhau, vì khi đó, việc vẽ đường thẳng qua hai điểm sẽ không chính xác). Bởi vậy, khi vẽ các đường thẳng, không nên bắt buộc HS phải đưa phương trình về dạng $y = kx + m$.

Tuy nhiên, khi xét hai đường thẳng có song song hay không thì nên biến đổi các phương trình về dạng $y = kx + m$ để sử dụng điều kiện song song hay cắt nhau của hai đường thẳng đã được trình bày trong chương trước (xem ví dụ 2).

– Với mỗi hệ phương trình, GV nên tập cho HS nhận xét về vị trí tương đối của hai đường thẳng bằng cách chỉ dựa vào các phương trình đã cho (nên biến đổi các phương trình về dạng $y = kx + m$ cho dễ nhận xét hơn). Sau đó mới vẽ hình hay làm các việc khác. Chẳng hạn, đối với hệ

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 3x + 3y = 2, \end{cases}$$

bằng cách biến đổi các phương trình trong hệ lần lượt thành $y = -x + 2$ và $y = -x + \frac{2}{3}$ ta thấy ngay hai đường thẳng biểu diễn các phương trình trong hệ là song song với nhau. Từ đó suy ra hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

– Khi nêu định nghĩa hai hệ phương trình tương đương, GV có thể so sánh với khái niệm hai phương trình tương đương để thấy sự tương tự. Sự khác nhau là ở chỗ : đối với hệ phương trình bậc nhất hai ẩn, mỗi nghiệm của nó không phải là một số mà là một cặp số.

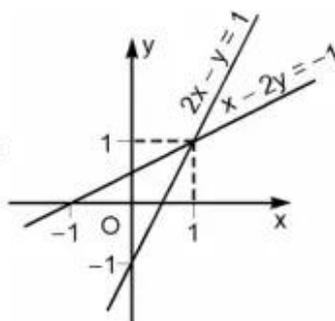
– Nếu thời gian cho phép, có thể cho HS kiểm nghiệm sự tương đương của hai hệ phương trình (nêu ở cuối bài) bằng cách minh họa hình học tập nghiệm của chúng.

Mục đích chủ yếu của *tiết luyện tập* là rèn luyện kỹ năng đoán nhận (bằng phương pháp hình học) số nghiệm của một hệ phương trình bậc nhất hai ẩn. Tuy vậy, GV nên khuyến khích HS chỉ cần dựa vào hệ số góc và tung độ gốc để đoán nhận mà không nhất thiết phải vẽ hình.

D - HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP SGK

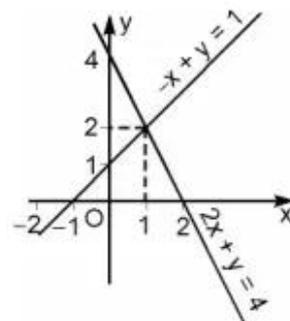
4. a) *Trả lời* : Một nghiệm, vì hai đường thẳng có phương trình đã cho trong hệ là hai đường thẳng có hệ số góc khác nhau (nên chúng cắt nhau tại một điểm duy nhất).
- b) *Trả lời* : Vô nghiệm, vì hai đường thẳng có phương trình đã cho trong hệ là hai đường thẳng phân biệt và có cùng hệ số góc (nên chúng song song với nhau).
- c) *Trả lời* : Một nghiệm.
- d) *Trả lời* : Vô số nghiệm, vì hai đường thẳng có phương trình đã cho trong hệ là trùng nhau và trùng với đường thẳng $y = 3x - 3$.

5. a) Hình 2. Hệ có nghiệm
 $(x ; y) = (1 ; 1)$.
 (Dự đoán trên hình rồi thử lại).



Hình 2

- b) Hình 3. Hệ có nghiệm
 $(x ; y) = (1 ; 2)$.



Hình 3

6. Trả lời : Bạn Nga đã nhận xét đúng vì hai hệ phương trình cùng vô nghiệm có nghĩa là chúng cùng có tập nghiệm bằng \emptyset .

Bạn Phương nhận xét sai. Chẳng hạn, hai hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 0 \\ y = x \end{cases}$ và

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y = -x \end{cases}$ đều có vô số nghiệm. Nhưng tập nghiệm của hệ phương trình

thứ nhất được biểu diễn bởi đường thẳng $y = x$, còn tập nghiệm của hệ phương trình thứ hai được biểu diễn bởi đường thẳng $y = -x$. Hai đường thẳng này là khác nhau nên hai hệ đang xét không tương đương.

7. a) • Ta có $2x + y = 4 \Leftrightarrow y = -2x + 4$ nên phương trình có nghiệm tổng quát là :

$$\begin{cases} x \in \mathbf{R} \\ y = -2x + 4. \end{cases}$$

Ta cũng có $2x + y = 4 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}y + 2$. Do đó, nghiệm tổng quát của phương trình còn có thể viết là

$$\begin{cases} x = -\frac{1}{2}y + 2 \\ y \in \mathbf{R}. \end{cases}$$

- Công thức nghiệm tổng quát của phương trình $3x + 2y = 5$ là

$$\begin{cases} x \in \mathbf{R} \\ y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2} \end{cases} \quad \text{hoặc} \quad \begin{cases} x = -\frac{2}{3}y + \frac{5}{3} \\ y \in \mathbf{R}. \end{cases}$$

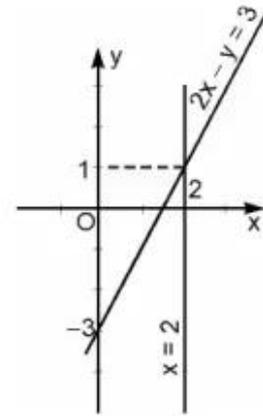
- b) Giáo viên tự vẽ hình. Nghiệm chung là $(3 ; -2)$.

Tuy nhiên, GV chưa nên giải thích cho HS điều này, bởi vì mục đích của bài là cho HS hiểu rõ ý nghĩa hình học của hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn và từ ý nghĩa hình học đó mà suy ra các kết luận cần thiết.

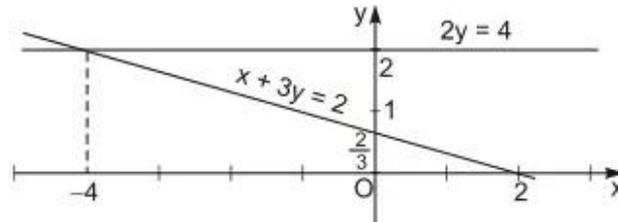
8. Cả hai hệ đều có nghiệm duy nhất, vì một trong hai đồ thị của mỗi hệ là đường thẳng song song với trục toạ độ, còn đồ thị kia là đường thẳng không song song với trục toạ độ nào.

Từ đồ thị ta thấy :

- a) Hệ có nghiệm $(2 ; 1)$ (h. 4).
 b) Hệ có nghiệm $(-4 ; 2)$ (h. 5).



Hình 4



Hình 5

9. a), b) Hệ vô nghiệm vì hai đường thẳng biểu diễn các tập nghiệm của hai phương trình trong mỗi hệ là song song với nhau.
 10. a), b) Hệ có vô số nghiệm vì hai đường thẳng biểu diễn các tập nghiệm của hai phương trình trong mỗi hệ là trùng nhau.
 11. Hệ phương trình có vô số nghiệm, vì hệ có hai nghiệm phân biệt nghĩa là hai đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của chúng có hai điểm chung phân biệt, suy ra chúng trùng nhau.

E - TÀI LIỆU BỔ SUNG

Ta có thể nhận biết một hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn có nghiệm duy nhất, vô nghiệm hay vô số nghiệm dựa vào kết quả sau đây :

Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \quad (\text{với điều kiện } a'.b'.c' \neq 0).$$

- Nếu $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$ thì hệ có nghiệm duy nhất.
- Nếu $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ thì hệ vô nghiệm.
- Nếu $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ thì hệ có vô số nghiệm.