

§3. Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế

A - MỤC TIÊU

- Giúp HS hiểu cách biến đổi hệ phương trình bằng quy tắc thế.
- HS cần nắm vững cách giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn bằng phương pháp thế.
- HS không bị lúng túng khi gặp các trường hợp đặc biệt (hệ vô nghiệm hoặc hệ có vô số nghiệm).

B - NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

• Nói chung, quy tắc thế dùng để biến đổi tương đương đối với hệ phương trình nhiều ẩn với mục đích làm giảm số ẩn của hệ. Do đó khi áp dụng quy tắc thế cho hệ phương trình bậc nhất hai ẩn, ta có ngay một hệ phương trình, trong đó một phương trình chỉ còn một ẩn. Điều đó cho phép dễ dàng tìm được nghiệm của hệ đã cho. Từ đó, nếu HS đã nắm được quy tắc thế thì việc vận dụng quy tắc thế để giải hệ phương trình là không khó. Điều đáng kể ở bài này là cần phân tích cho HS thấy được khi nào thì nên giải hệ phương trình bằng phương pháp thế (đó là khi có thể dễ dàng biểu diễn một ẩn qua ẩn còn lại).

• Trước khi giải hệ phương trình nói chung, HS nên có thói quen đoán nhận về số nghiệm của hệ phương trình sẽ giải để sơ bộ biết trước rằng hệ phương trình sẽ có nghiệm duy nhất hay vô nghiệm hay vô số nghiệm.

Chẳng hạn, đối với hệ $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ -6x + 4y = 0 \end{cases}$, ta chỉ cần biến đổi thành hệ $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases}$

rồi kết luận hệ vô nghiệm ; đối với hệ $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ -6x + 4y = -2 \end{cases}$, ta chỉ cần biến đổi thành

hệ $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$ (đến đây ta thấy ngay hệ có vô số nghiệm) và giải tiếp như sau :

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow 3x - 2y = 1 \Leftrightarrow y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$$

Vậy nghiệm tổng quát của hệ là
$$\begin{cases} x \in \mathbf{R} \\ y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}. \end{cases}$$

C - GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

– Khi giảng về quy tắc thế, GV cần nhấn mạnh rằng ở bước 1 cũng có thể biểu diễn y theo x .

– Khi đi vào cách giải cụ thể, GV nên nhận xét : Nguyên tắc chung để giải hệ phương trình hai ẩn là tìm cách quy về giải phương trình một ẩn (việc làm đó gọi là khử đi một ẩn).

– Bước đầu, GV nên yêu cầu HS khi giải hệ phương trình phải viết rõ hệ phương trình mới tương đương với hệ phương trình đã cho để tránh nhầm lẫn (nhất là khi gặp các hệ phức tạp). Khi HS đã khá vững rồi thì có thể trình bày gọn hơn.

Ví dụ : Giải hệ phương trình (I)
$$\begin{cases} 7x - 3y = 5 \\ 4x + y = 2. \end{cases}$$

Cách trình bày đầy đủ :

+ Từ phương trình thứ hai trong hệ, ta có $y = 2 - 4x$.

+ Thế vào phương trình thứ nhất, ta được $7x - 3(2 - 4x) = 5$, từ đó $19x = 11$
hay $x = \frac{11}{19}$.

$$\text{Vậy (I)} \Leftrightarrow \begin{cases} 19x = 11 \\ y = 2 - 4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11}{19} \\ y = 2 - 4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11}{19} \\ y = -\frac{6}{19}. \end{cases}$$

Nghiệm của hệ (I) là $\left(\frac{11}{19}; -\frac{6}{19}\right)$.

Cách trình bày gọn :

+ Từ phương trình thứ hai trong hệ ta có $y = 2 - 4x$.

+ Thế vào phương trình thứ nhất, ta được

$$7x - 3(2 - 4x) = 5, \text{ do đó } 19x = 11 \text{ hay } x = \frac{11}{19}.$$

+ Từ đó $y = 2 - 4x = 2 - 4 \cdot \frac{11}{19} = -\frac{6}{19}$.

Nghiệm của hệ (I) là $\left(\frac{11}{19}; -\frac{6}{19}\right)$.

– Khi yêu cầu HS giải một hệ phương trình bằng phương pháp thế, HS có thể có nhiều cách khác nhau. GV không nên áp đặt cách giải cho HS.

D - HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP SGK

12. *Đáp số*: a) (10 ; 7) ; b) $\left(\frac{11}{19}; -\frac{6}{19}\right)$; c) $\left(\frac{25}{19}; -\frac{21}{19}\right)$.

13. a) Từ phương trình thứ nhất, ta có $y = \frac{3x-11}{2}$. Lấy kết quả này thế vào chỗ của y trong phương trình thứ hai, ta có :

$$4x - 5 \cdot \frac{3x-11}{2} = 3 \Leftrightarrow -7x = -49 \Leftrightarrow x = 7. \text{ Từ đó } y = 5.$$

Nghiệm của hệ phương trình đã cho là (7 ; 5).

b) *Đáp số*: $\left(3; \frac{3}{2}\right)$.

14. a) *Đáp số*: $(x ; y) = \left(\frac{-5+\sqrt{5}}{2}; \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)$.

b) *Đáp số*: $(x ; y) = (1 ; -2\sqrt{3})$.

15. a) Khi $a = -1$, ta có hệ phương trình $\begin{cases} x+3y=1 \\ 2x+6y=-2 \end{cases}$. Dễ thấy hệ vô nghiệm.

b) Khi $a = 0$, ta có hệ phương trình $\begin{cases} x+3y=1 \\ x+6y=0 \end{cases}$. Hệ có nghiệm $\left(2; -\frac{1}{3}\right)$.

c) Khi $a = 1$, ta có hệ phương trình $\begin{cases} x+3y=1 \\ 2x+6y=2 \end{cases}$. Dễ thấy hệ có vô số nghiệm tính theo công thức $\begin{cases} x=1-3y \\ y \in \mathbf{R} \end{cases}$.

16. *Đáp số*: a) (3 ; 4) ; b) (-3 ; 2) ; c) (4 ; 6).

17. *Đáp số* : a) $(x ; y) = \left(1 ; \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{3}} \right)$.

b) $(x ; y) = \left(\frac{2\sqrt{2}-3\sqrt{5}}{5} ; \frac{1-2\sqrt{10}}{5} \right)$.

c) $(x ; y) = \left(\frac{3+\sqrt{2}}{2} ; -\frac{1}{2} \right)$.

18. a) Hệ phương trình có nghiệm là $(1 ; -2)$ có nghĩa là xảy ra

$$\begin{cases} 2-2b = -4 \\ b+2a = -5. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình mới nhận được với các ẩn là a và b, ta được $a = -4, b = 3$.

b) *Đáp số* : $a = \frac{-2+5\sqrt{2}}{2}, b = -(2 + \sqrt{2})$.

19. $P(x)$ chia hết cho $x + 1 \Leftrightarrow P(-1) = -m + (m - 2) + (3n - 5) - 4n = 0$

$$\Leftrightarrow -7 - n = 0. \quad (1)$$

$P(x)$ chia hết cho $x - 3 \Leftrightarrow P(3) = 27m + 9(m - 2) - 3(3n - 5) - 4n = 0$

$$\Leftrightarrow 36m - 13n = 3. \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình ẩn m và n

$$\begin{cases} -7 - n = 0 \\ 36m - 13n = 3 \end{cases}. \text{ Từ đó } \begin{cases} n = -7 \\ m = -\frac{22}{9}. \end{cases}$$

E - TÀI LIỆU BỔ SUNG

Quy tắc thế (phát biểu ở dạng công thức) :

a) $\begin{cases} y = f(x) \\ F(x; y) = G(x; y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = f(x) \\ F(x; f(x)) = G(x; f(x)); \end{cases}$

b) $\begin{cases} x = g(y) \\ F(x; y) = G(x; y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = g(y) \\ F(g(y); y) = G(g(y); y). \end{cases}$