§5. Góc có đỉnh ở bên trong đường tròn. Góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn

A - MỤC TIÊU

HS cần :

– Nhận biết được góc có đỉnh ở bên trong hay bên ngoài đường tròn.

– Phát biểu và chứng minh được định lí về số đo của góc có đỉnh ở bên trong hay bên ngoài đường tròn.

– Chứng minh đúng, chặt chẽ. Trình bày chứng minh rõ ràng.

B - NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

• Góc ở tâm là một trường hợp riêng của góc có đỉnh ở bên trong đường tròn. HS sẽ hiểu điều này rõ hơn khi đã biết tính số đo của góc có đỉnh ở bên trong đường tròn. Góc ở tâm nếu được xem là góc có đỉnh ở bên trong đường tròn thì nó chắn hai cung bằng nhau.

• Góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn thì cạnh góc có thể cắt đường tròn (cát tuyến) hay tiếp xúc với đường tròn (tiếp tuyến). Từ đó có ba loại khác nhau.

– Góc có hai cạnh đều là cát tuyến ;

– Góc có một cạnh là cát tuyến, một cạnh là tiếp tuyến ;

– Góc có hai cạnh đều là tiếp tuyến.

Ta không xét trường hợp một cạnh góc hay cả hai cạnh góc không có điểm chung với đường tròn.

• Nên cho HS thử nghiệm để dự đoán định lí trước khi chứng minh định lí, bằng cách đo góc và đo các cung bị chắn.

• HS dễ dàng chứng minh cả hai định lí với gợi ý "sử dụng góc ngoài của tam giác". Về định lí số đo góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn nên yêu cầu HS chứng minh trong cả ba trường hợp để rèn luyện tư duy.

C - GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

GV hướng dẫn HS thực hiện hai hoạt động sau :

Hoạt động 1. Góc có đỉnh ở bên trong đường tròn.

a) Vẽ một góc có đỉnh ở bên trong đường tròn.

Đo góc và hai cung bị chắn.

b) Phát biểu và chứng minh định lí về số đo góc có đỉnh ở bên trong đường tròn.

Hoạt động 2. Góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn.

a) Vẽ góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn (ba trường hợp).

Đo góc và hai cung bị chắn trong mỗi trường hợp.

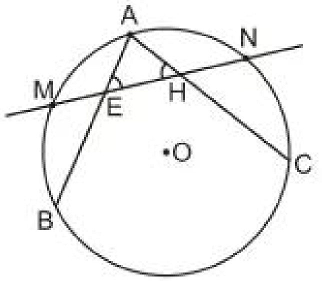
b) Phát biểu và chứng minh định lí về số đo góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn (chứng minh cả ba trường hợp).

D - HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP SGK

36. (h. 29) $\widehat{AHM} = \dfrac{sđ\overset{\frown}{AM} + sđ\overset{\frown}{NC}}{2}$, (1)

$\widehat{AEN} = \dfrac{sđ\overset{\frown}{MB} + sđ\overset{\frown}{AN}}{2}$ (2)

(vì $\widehat{AHM}$ và $\widehat{AEN}$ là các góc có đỉnh ở bên trong đường tròn).



Hình 29

Theo giả thiết thì $\overset{\frown}{AM} = \overset{\frown}{MB}$, (3)

$\overset{\frown}{NC} = \overset{\frown}{AN}$. (4)

Từ (1), (2), (3), (4) suy ra $\widehat{AHM} = \widehat{AEN}$. Vậy tam giác AEH cân tại A.

37. (h. 30) $\widehat{ASC} = \dfrac{sđ\overset{\frown}{AB} - sđ\overset{\frown}{MC}}{2}$ (1)

($\widehat{ASC}$ là góc có đỉnh nằm bên ngoài đường tròn (O)).

$\widehat{MCA} = \dfrac{1}{2} sđ\,\overset{\frown}{AM}$ (góc nội tiếp chắn cung AM). (2)

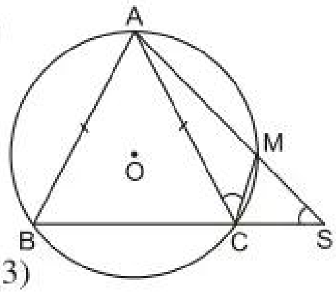
Theo giả thiết thì :

$AB = AC \Rightarrow \overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{AC}$,

từ đó

$sđ\overset{\frown}{AB} - sđ\overset{\frown}{MC} = sđ\overset{\frown}{AC} - sđ\overset{\frown}{MC} = sđ\overset{\frown}{AM}$. (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $\widehat{ASC} = \widehat{MCA}$.



Hình 30

38. (h. 31)

a) $\widehat{AEB}$ là góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn nên :

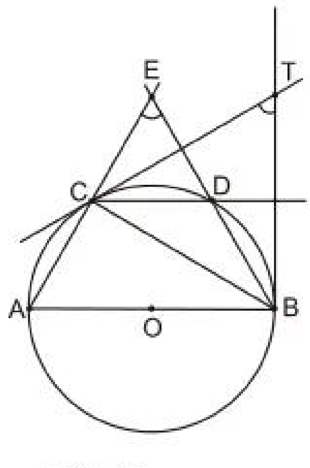
$\widehat{AEB} = \dfrac{sđ\overset{\frown}{AB} - sđ\overset{\frown}{CD}}{2} = \dfrac{180^o - 60^o}{2} = 60^o$.

$\widehat{BTC}$ cũng là góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn (hai cạnh đều là tiếp tuyến của đường tròn) nên :

$\widehat{BTC} = \dfrac{sđ\overset{\frown}{BAC} - sđ\overset{\frown}{BDC}}{2}$

$= \dfrac{(180^o + 60^o) - (60^o + 60^o)}{2} = 60^o$.

Vậy $\widehat{AEB} = \widehat{BTC}$.



Hình 31

b) $\widehat{DCT}$ là góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung nên :

$$\widehat{DCT} = \frac{1}{2}\text{sđ}\,\overset{\frown}{CD} = \frac{60^o}{2} = 30^o.$$

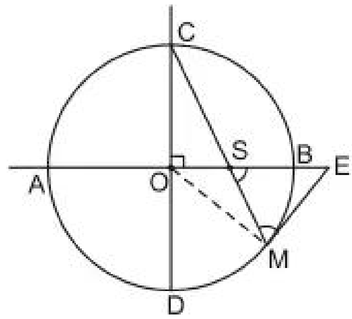
$\widehat{DCB}$ là góc nội tiếp nên

$$\widehat{DCB} = \frac{1}{2}\text{sđ}\,\overset{\frown}{DB} = \frac{60^o}{2} = 30^o.$$

Vậy $\widehat{DCT} = \widehat{DCB}$ hay CD là tia phân giác của $\widehat{BCT}$.

39. (h. 32) $\widehat{MSE} = \dfrac{\text{sđ}\overset{\frown}{CA} + \text{sđ}\overset{\frown}{BM}}{2}$ (góc có đỉnh S ở trong đường tròn (O)) (1)

$$\widehat{CME} = \frac{1}{2}\text{sđ}\,\overset{\frown}{CM} = \frac{\text{sđ}\,\overset{\frown}{CB} + \text{sđ}\,\overset{\frown}{BM}}{2} \qquad (2)$$



Hình 32

(vì $\widehat{CME}$ là góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung).

Theo giả thiết :

$$\overset{\frown}{CA} = \overset{\frown}{CB} \qquad (3)$$

(vì AB ⊥ CD).

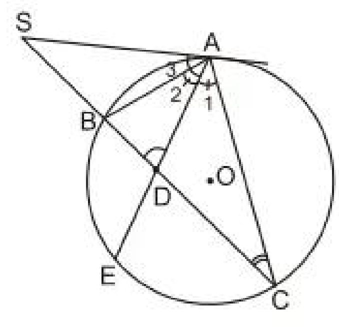
Từ (1), (2), (3) ta có $\widehat{MSE} = \widehat{CME}$.

Vậy tam giác ESM cân tại S hay ES = EM.

40. (h. 33) $\widehat{ADS} = \dfrac{\text{sđ}\overset{\frown}{AB} + \text{sđ}\overset{\frown}{CE}}{2}$ (góc có đỉnh D ở trong đường tròn (O)). (1)

Do đó :

$\widehat{SAD} = \dfrac{1}{2}\text{sđ}\overset{\frown}{ABE} = \dfrac{\text{sđ}\overset{\frown}{AB} + \text{sđ}\overset{\frown}{BE}}{2}$ (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung). (2)



Hình 33

Theo giả thiết :

$$\overset{\frown}{BE} = \overset{\frown}{CE}. \qquad (3)$$

Từ (1), (2), (3) suy ra : $\widehat{ADS} = \widehat{SAD}$. Vậy tam giác SAD cân tại S hay SA = SD.

Cách chứng minh khác :

$$\widehat{ADS} = \widehat{A}_1 + \widehat{C} \text{ (góc ngoài của tam giác),} \quad (1)$$

$$\widehat{SAD} = \widehat{A}_2 + \widehat{A}_3 \quad (2)$$

mà $\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2$ (theo giả thiết) (3)

và $\widehat{C} = \widehat{A}_3$ (cùng chắn cung nhỏ AB) (4)

nên từ (1), (2), (3), (4) suy ra $\widehat{ADS} = \widehat{SAD}$, do đó tam giác SAD cân tại S hay SA = SD.

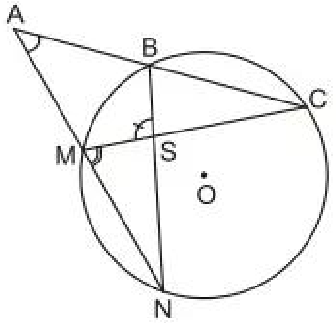
41. (h. 34) $\widehat{A} = \dfrac{sđ\overset{\frown}{CN} - sđ\overset{\frown}{BM}}{2}$, (1)

$$\widehat{BSM} = \frac{sđ\overset{\frown}{CN} + sđ\overset{\frown}{BM}}{2}. \quad (2)$$

Cộng (1) và (2) theo từng vế, ta có :

$$\widehat{A} + \widehat{BSM} = sđ\,\overset{\frown}{CN}. \quad (3)$$

Mặt khác $\widehat{CMN} = \dfrac{1}{2}sđ\,\overset{\frown}{CN}$. (4)



Hình 34

So sánh (3) và (4), ta có :

$$\widehat{A} + \widehat{BSM} = 2\widehat{CMN}.$$

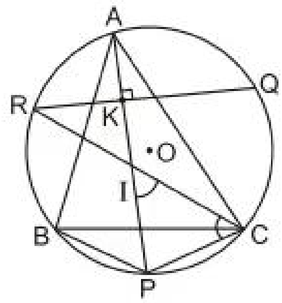
42. (h. 35)

a) Gọi giao điểm của AP và QR là K.

$\widehat{AKR}$ là góc có đỉnh ở bên trong đường tròn nên

$$\widehat{AKR} = \frac{sđ\,\overset{\frown}{AR} + sđ\,\overset{\frown}{QC} + sđ\,\overset{\frown}{CP}}{2}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}(sđ\,\overset{\frown}{AB} + sđ\,\overset{\frown}{AC} + sđ\,\overset{\frown}{BC})}{2} = \frac{360^o}{4}.$$



Hình 35

Vậy $\widehat{AKR} = 90^o$ hay $AP \perp QR$.

b) $\widehat{CIP}$ là góc có đỉnh ở bên trong đường tròn nên

$$\widehat{CIP} = \frac{sđ\overset{\frown}{AR} + sđ\overset{\frown}{CP}}{2}, \quad (1)$$

$\widehat{PCI}$ là góc nội tiếp, nên $\widehat{PCI} = \frac{1}{2}sđ\overset{\frown}{RBP} = \frac{sđ\overset{\frown}{RB} + sđ\overset{\frown}{BP}}{2}$. (2)

Theo giả thiết thì $\overset{\frown}{AR} = \overset{\frown}{RB}$, (3)

$\overset{\frown}{CP} = \overset{\frown}{BP}$. (4)

Từ (1), (2), (3), (4) suy ra $\widehat{CIP} = \widehat{PCI}$. Do đó tam giác CPI cân.

43. (h. 36) Theo giả thiết : $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BD}$ (vì AB // CD), (1)

$\widehat{AIC} = \frac{sđ\overset{\frown}{AC} + sđ\overset{\frown}{BD}}{2}$. (2)

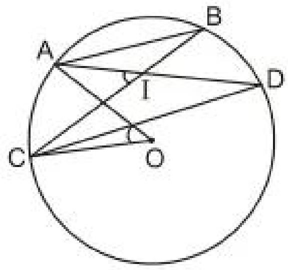
Theo (1) suy ra

$\widehat{AIC} = sđ\overset{\frown}{AC}$. (3)

$\widehat{AOC} = sđ\overset{\frown}{AC}$ (góc ở tâm chắn cung AC). (4)

So sánh (3) và (4), ta có

$\widehat{AIC} = \widehat{AOC}$.



Hình 36