§6. Cung chứa góc

A - MỤC TIÊU

HS cần :

– Hiểu quỹ tích cung chứa góc, biết vận dụng cặp mệnh đề thuận, đảo của quỹ tích này để giải toán.

– Biết sử dụng thuật ngữ cung chứa góc dựng trên một đoạn thẳng.

– Biết dựng cung chứa góc và biết áp dụng cung chứa góc vào bài toán dựng hình.

– Biết trình bày lời giải một bài toán quỹ tích bao gồm phần thuận, phần đảo và kết luận.

B - NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

• Hoạt động dự đoán tỏ ra cần thiết và có ích trước khi giải bài toán quỹ tích "cung chứa góc".

• Thuật ngữ "quỹ tích" và "tập hợp điểm" được sử dụng đồng thời, không có sự phân biệt.

• Vì quỹ tích này gồm hai cung đối xứng nhau nên khi chứng minh phần thuận và phần đảo, để cho đơn giản, ta chỉ xét một cung. Sau đó, ta nói đến cung đối xứng trước khi kết luận quỹ tích.

• Phần giới hạn quỹ tích, thường được nêu trước khi kết luận quỹ tích, nhưng SGK lại đưa giới hạn quỹ tích vào phần "*Chú ý*", sau khi kết luận quỹ tích, vì kiến thức về giới hạn quỹ tích là quá khó đối với HS lớp 9 :

Hai điểm mút A, B được coi là thuộc quỹ tích.

• Nên dành đủ thì giờ để HS dựng được cung chứa góc bằng thước và compa (bài tập 46 SGK).

• Vì bài học dài và khó nên chỉ yêu cầu HS thực hiện $\boxed{?1}$ và $\boxed{?2}$ SGK về hoạt động dự đoán. Phần chứng minh quỹ tích được GV giảng kết hợp với phát vấn HS.

• Trong tiết luyện tập, HS được làm vài bài tập dễ về quỹ tích cung chứa góc, có chứng minh cả hai phần thuận và đảo.

• Về bài toán dựng hình, ở THCS không yêu cầu HS biện luận số nghiệm hình.

C - GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

– GV và HS chuẩn bị : thước, compa, thước đo góc, bìa cứng, kéo, đinh.

– GV và HS thực hiện các hoạt động dạy học sau :

Hoạt động 1. Thực hiện $\boxed{?1}$ SGK.

Chứng minh quỹ tích của điểm nhìn một đoạn thẳng dưới một góc vuông là đường tròn nhận đoạn thẳng ấy làm đường kính.

Hoạt động 2. Dự đoán quỹ tích.

HS thực hiện $\boxed{?2}$ SGK.

a) Làm mẫu hình góc 75^{o} bằng bìa cứng, đóng đinh để có khe hở.

b) Dự đoán quỹ tích.

Hoạt động 3. Quỹ tích cung chứa góc.

GV giảng :

a) Chứng minh phần thuận.

b) Chứng minh phần đảo.

c) Kết luận quỹ tích.

Hoạt động 4. Cách giải bài toán quỹ tích.

a) GV giải thích vì sao làm bài toán quỹ tích phải chứng minh hai phần thuận, đảo.

b) HS làm bài tập 44 SGK.

– *Hướng dẫn công việc ở nhà của HS*

• Học bài theo SGK.

• Làm bài tập 45, 47 SGK.

D - HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP SGK

44. (h. 37) Theo tính chất góc ngoài của tam giác, ta có :

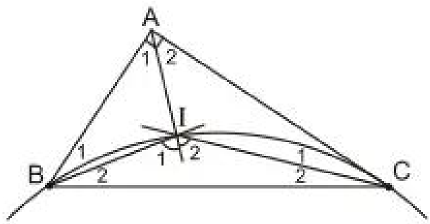
$$\hat{I}_1 = \widehat{A}_1 + \hat{B}_1, \qquad (1)$$

$$\hat{I}_2 = \widehat{A}_2 + \hat{C}_1. \qquad (2)$$

Cộng (1) và (2) theo từng vế :

$$\hat{I}_1 + \hat{I}_2 = \widehat{A}_1 + \widehat{A}_2 + \hat{B}_1 + \hat{C}_1$$

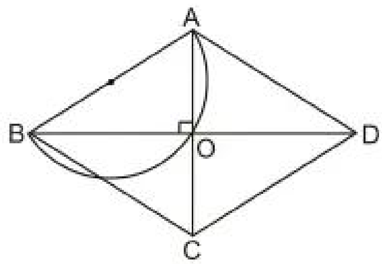
hay $\hat{I} = 90^o + 45^o = 135^o$.



Hình 37

Điểm I nhìn đoạn thẳng BC cố định dưới góc 135^o không đổi. Vậy quỹ tích của I là cung chứa góc 135^o dựng trên đoạn thẳng BC (một cung).

45. (h. 38) Biết rằng hai đường chéo hình thoi vuông góc với nhau, vậy điểm O nhìn AB cố định dưới góc 90^o. Quỹ tích của O là nửa đường tròn đường kính AB.



Hình 38

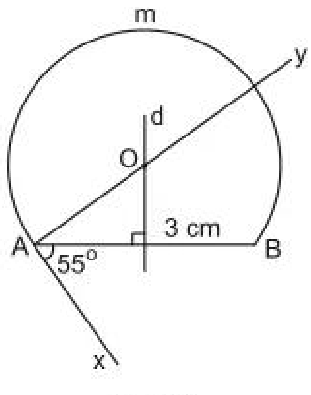
46. (h. 39) Trình tự dựng như sau :

– Dựng đoạn thẳng AB = 3 cm (dùng thước có chia khoảng).

– Dựng $\widehat{xAB} = 55^o$ (dùng thước đo góc và thước thẳng).

– Dựng tia Ay vuông góc với Ax (dùng êke).

– Dựng đường trung trực d của đoạn thẳng AB (dùng thước có chia khoảng và êke). Gọi O là giao điểm của d và Ay.



Hình 39

– Dựng đường tròn tâm O, bán kính OA (dùng compa).

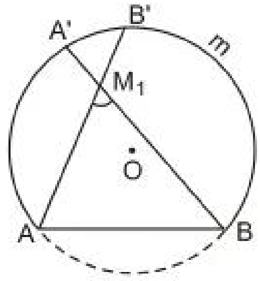
Ta có $\overset{\frown}{AmB}$ là cung chứa góc 55^o dựng trên đoạn thẳng AB.

47. a) M_1 là điểm bất kì nằm trong đường tròn chứa cung chứa góc 55^o (h. 40). Gọi B', A' theo thứ tự là giao điểm của M_1A, M_1B với cung tròn. Vì $\widehat{AM_1B}$ là góc có đỉnh ở bên trong đường tròn, nên

$$\widehat{AM_1B} = \frac{sđ\overset{\frown}{AB} + sđ\overset{\frown}{A'B'}}{2} = \frac{sđ\overset{\frown}{AB}}{2} + \frac{sđ\overset{\frown}{A'B'}}{2}$$

$$= 55^o + \frac{1}{2}sđ\overset{\frown}{A'B'}.$$

Vậy $\widehat{AM_1B} > 55^o$.



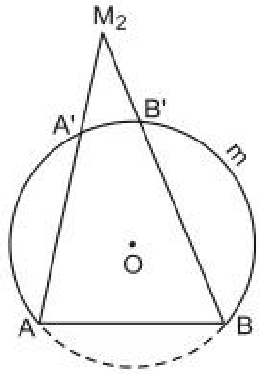
Hình 40

b) Giả sử M_2 là điểm bất kì nằm ngoài đường tròn (h. 41), M_2A và M_2B lần lượt cắt cung AmB tại A', B'. Vì $\widehat{AM_2B}$ là góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn nên

$$\widehat{AM_2B} = \frac{sđ\overset{\frown}{AB} - sđ\overset{\frown}{A'B'}}{2} = \frac{sđ\overset{\frown}{AB}}{2} - \frac{sđ\overset{\frown}{A'B'}}{2}$$

$$= 55^o - \frac{1}{2}sđ\overset{\frown}{A'B'}.$$

Vậy $\widehat{AM_2B} < 55^o$.



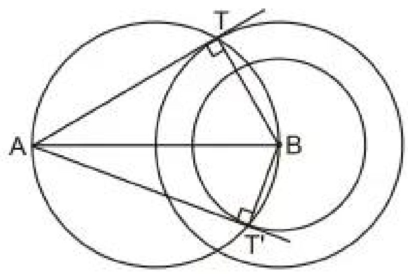
Hình 41

48. (h. 42). Trường hợp các đường tròn tâm B có bán kính nhỏ hơn BA. Tiếp tuyến AT vuông góc với bán kính BT tại tiếp điểm T.

Do AB cố định nên quỹ tích của T là đường tròn đường kính AB.

Trường hợp đường tròn tâm B, bán kính là BA thì quỹ tích là điểm A.

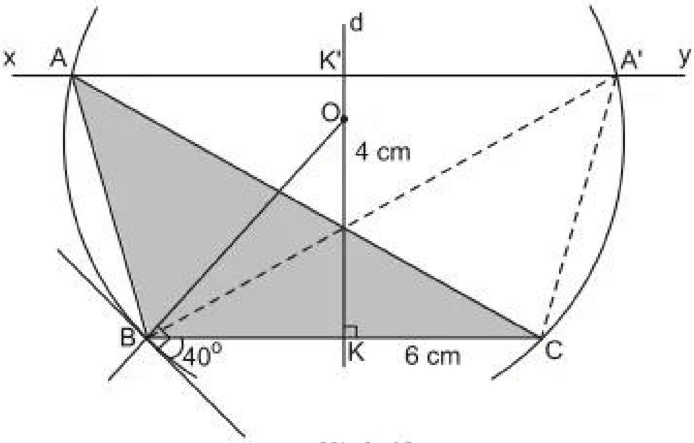
Kết luận : (GV tự nêu).



Hình 42

49. (h. 43). Trình tự dựng gồm ba bước :

- Dựng đoạn thẳng BC = 6 cm.
- Dựng cung chứa góc 40^o trên đoạn thẳng BC.



Hình 43

• Dựng đường thẳng xy song song với BC và cách BC một khoảng bằng 4 cm, cụ thể như sau :

Trên đường trung trực d của đoạn thẳng BC lấy đoạn KK' = 4 cm (dùng thước có chia khoảng mm). Dựng đường thẳng xy vuông góc với d tại K' (dùng êke).

Gọi giao điểm của xy và cung chứa góc là A và A'. Khi đó, tam giác ABC hoặc A'BC đều thoả mãn yêu cầu của bài toán.

50. a) Vì $\widehat{BMA} = 90^{o}$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn), nên trong tam giác vuông BMI, có :

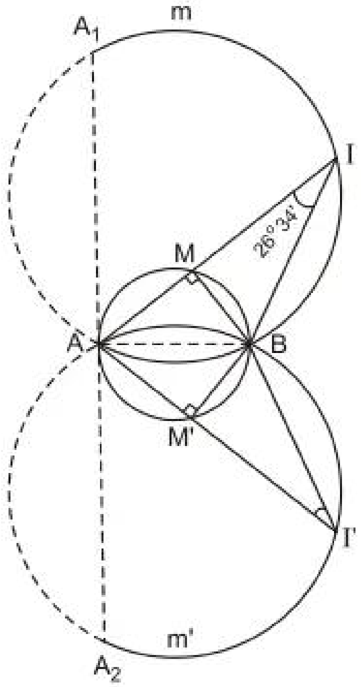
$$\operatorname{tg}\widehat{AIB} = \frac{MB}{MI} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{AIB} \approx 26^{o}34'.$$

Vậy $\widehat{AIB}$ là một góc không đổi.

b) *Phần thuận :*

Khi điểm M chuyển động trên đường tròn đường kính AB thì điểm I cũng chuyển động, nhưng luôn nhìn đoạn thẳng AB cố định dưới góc $26^{o}34'$. Vậy điểm I thuộc hai cung chứa góc $26^{o}34'$ dựng trên đoạn thẳng AB (hai cung AmB và Am'B) (h. 44). Tuy nhiên, khi M trùng A thì cát tuyến AM trở thành tiếp tuyến A_1AA_2.

Khi đó, điểm I trùng A_1 hoặc A_2. Vậy điểm I chỉ thuộc hai cung A_1mB và $A_2m'B$.



Hình 44

Phần đảo :

Lấy điểm I' bất kì thuộc $\overset{\frown}{A_1mB}$ hoặc $\overset{\frown}{A_2m'B}$, I'A cắt đường tròn đường kính AB tại M'. Trong tam giác vuông $BM'I'$, có $tg\widehat{I'} = \dfrac{M'B}{M'I'} = tg26^o34' = \dfrac{1}{2}$.

Do đó $M'I' = 2M'B$.

Kết luận :

Quỹ tích các điểm I là hai cung A_1mB và $A_2m'B$ chứa góc $26^o34'$ dựng trên đoạn thẳng AB ($A_1A_2 \perp AB$ tại A).

51. (h. 45) $\widehat{BOC} = 2.\widehat{BAC} = 2 \times 60^o = 120^o$ (1)

(góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn một cung),

$$\widehat{BHC} = \widehat{B'HC'} \text{(đối đỉnh)}$$

mà $\widehat{B'HC'} = 180^o - \widehat{A} = 180^o - 60^o = 120^o$

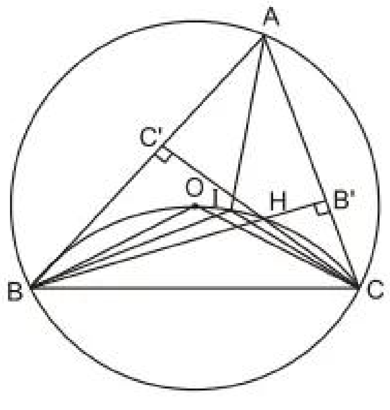
nên $\widehat{BHC} = 120^o$. (2)

$$\widehat{BIC} = \widehat{A} + \frac{\widehat{B} + \widehat{C}}{2}$$

$$= 60^o + \frac{180^o - 60^o}{2} = 60^o + 60^o$$

(sử dụng góc ngoài của tam giác).

Do đó $\widehat{BIC} = 120^o$. (3)



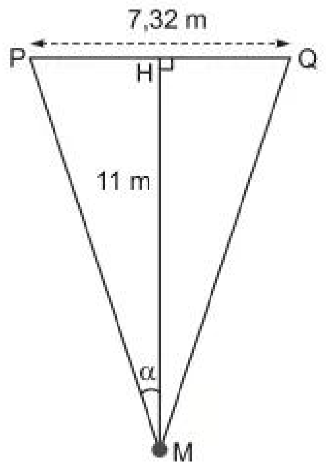
Hình 45

Từ (1), (2), (3) ta thấy các điểm O, H, I cùng nằm trên cung chứa góc 120^o dựng trên đoạn thẳng BC. Nói cách khác, năm điểm B, C, O, H, I cùng thuộc một đường tròn.

52. (h. 46) Gọi vị trí đặt quả bóng để sút phạt đền là M, và bề ngang cầu môn là PQ thì M nằm trên đường trung trực của PQ. Gọi H là trung điểm của PQ, $\widehat{PMH} = \alpha$.

Theo các giả thiết đã cho thì trong tam giác vuông MHP, ta có

$$tg\alpha = \frac{3,66}{11} \approx 0,333 \Rightarrow \alpha \approx 18^o36'.$$



Hình 46

Vậy góc sút quả phạt đền là $2\alpha \approx 37^o12'$.

Vẽ cung chứa góc $37^o12'$ dựng trên đoạn thẳng PQ. Bất cứ điểm nào trên cung vừa vẽ cũng có "góc sút" như quả phạt đền 11 mét.