

## §6. Hệ thức Vi-ét và ứng dụng

### A - MỤC TIÊU

- HS nắm vững hệ thức Vi-ét.
- HS vận dụng được những ứng dụng của hệ thức Vi-ét như :
  - Nhẩm nghiệm của phương trình bậc hai trong các trường hợp  $a + b + c = 0$ ,  $a - b + c = 0$ , hoặc các trường hợp mà tổng và tích của hai nghiệm là những số nguyên với giá trị tuyệt đối không quá lớn.
  - Tìm được hai số biết tổng và tích của chúng.
- Biết cách biểu diễn tổng các bình phương, tổng các lập phương của hai nghiệm qua các hệ số của phương trình.

## B - NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

- Nội dung bài có thể dài, vì thế cần chọn cách dạy đơn giản nhất để HS nắm được những điều cơ bản nhất. Như vậy, mục tiêu thứ ba chưa phải là mục tiêu quan trọng trong bài này. Nó có thể được nói nhiều hơn trong giờ luyện tập.

- Cần yêu cầu HS vận dụng triệt để hệ thức Vi-ét để tính nhẩm nghiệm của phương trình.

- Triệt để vận dụng chú ý trong §4, nói rằng : Nếu a, c trái dấu thì phương trình có hai nghiệm phân biệt.

## C - GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

### 1. Hệ thức Vi-ét

Có thể vào đề như sau : "Chúng ta đã có công thức nghiệm của phương trình bậc hai. Bây giờ, ta hãy tìm hiểu sâu hơn nữa mối liên hệ giữa hai nghiệm này với các hệ số của phương trình. Ta hãy xét tổng và tích của hai nghiệm".

– Trước hết chú ý rằng dù phương trình bậc hai có nghiệm kép thì công thức nghiệm vẫn được viết dưới dạng tổng quát :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}, x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

– Thực hiện hoạt động [?1]. Cho HS tự viết lại hai hệ thức Vi-ét. GV nên nói thêm rằng hệ thức này thể hiện mối liên hệ giữa các nghiệm và các hệ số của phương trình.

*Áp dụng :*

– Trước hết có thể cho bài tập sau :

a) Biết rằng các phương trình sau có nghiệm, không giải, hãy tính tổng và tích của chúng :

$$2x^2 - 9x + 2 = 0, \quad -3x^2 + 6x - 1 = 0.$$

b) Tính tổng và tích các nghiệm của phương trình :

$$7x^2 + 3x - 15 = 0, \quad -4x^2 + 12x + 3 = 0.$$

Mỗi nhóm HS chỉ làm một bài.

– Thực hiện hoạt động [?2]. Sau khi rút ra kết luận có thể cho ngay một áp dụng. Chẳng hạn, nhẩm nghiệm của phương trình  $2x^2 - 7x + 5 = 0$ .

– Nếu thời gian eo hẹp có thể bỏ hoạt động [?3] mà GV có thể nói ngay rằng, tương tự, ta cũng có thể chứng minh rằng :

"Nếu phương trình có  $a - b + c = 0$  thì nó có một nghiệm là  $x_1 = -1$ , còn nghiệm kia là  $x_2 = -\frac{c}{a}$ ."

– Thực hiện hoạt động [?4] chỉ với ví dụ  $3x^2 + 7x + 4 = 0$  và một số bài tập tương tự để nhiều nhóm làm đồng thời, chẳng hạn :  $6x^2 - 5x - 11 = 0$ ,  $4x^2 + 3x - 7 = 0$ ,  $-2x^2 + 5x + 7 = 0$ . Mỗi nhóm học sinh chỉ làm một bài.

## 2. Tìm hai số biết tổng và tích của chúng

– GV có thể chuyển tiếp như sau : Hệ thức Vi-ét cho biết :

Nếu  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  thì

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

Ngược lại, nếu hai số  $u$  và  $v$  thỏa mãn  $\begin{cases} u + v = S \\ uv = P \end{cases}$  thì chúng có thể là nghiệm

của một phương trình nào chăng ? Sau đó, GV giới thiệu cách lập luận và hỏi HS : Muốn tìm hai số biết tổng và tích của chúng thì làm thế nào ?

– *Áp dụng :*

- Cho ví dụ 1.
- Thực hiện hoạt động [?5].
- Có thể yêu cầu HS tự giải bài toán trong ví dụ 2 như một hoạt động.

## D - HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP SGK

25. GV tự làm các câu a), b), d).

c) Phương trình vô nghiệm nên không thể điền gì vào các ô trống được.

28. a)  $u$  và  $v$  là nghiệm của phương trình  $x^2 - 32x + 231 = 0$  ;

$$\Delta' = 16^2 - 231 = 256 - 231 = 25, \sqrt{\Delta'} = 5 ; x_1 = 21, x_2 = 11.$$

Vậy  $u = 21, v = 11$  hoặc  $u = 11, v = 21$ .

b)  $u, v$  là nghiệm của phương trình :

$$x^2 + 8x - 105 = 0, \Delta' = 16 + 105 = 121, \sqrt{\Delta'} = 11 ; x_1 = -4 + 11 = 7, \\ x_2 = -4 - 11 = -15.$$

Vậy  $u = 7, v = -15$  hoặc  $u = -15, v = 7$ .

c) Vì  $2^2 - 4.9 < 0$  nên không có giá trị nào của  $u$  và  $v$  thoả mãn điều kiện đã cho.

29. a) Phương trình  $4x^2 + 2x - 5 = 0$  có nghiệm vì  $a, c$  trái dấu.

$$x_1 + x_2 = -\frac{1}{2}, x_1x_2 = -\frac{5}{4}.$$

b) Phương trình  $9x^2 - 12x + 4 = 0$  có  $\Delta' = 36 - 36 = 0$  ;

$$x_1 + x_2 = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}, x_1x_2 = \frac{4}{9}.$$

c) Phương trình  $5x^2 + x + 2 = 0$  vô nghiệm.

d) Phương trình  $159x^2 - 2x - 1 = 0$  có hai nghiệm phân biệt vì  $a$  và  $c$  trái dấu.

$$x_1 + x_2 = \frac{2}{159}, x_1x_2 = -\frac{1}{159}.$$

30. a) Phương trình  $x^2 - 2x + m = 0$  có nghiệm khi  $\Delta' = 1 - m \geq 0$  hay khi  $m \leq 1$ .

$$x_1 + x_2 = 2, \quad x_1x_2 = m.$$

b) Phương trình  $x^2 + 2(m-1)x + m^2 = 0$  có nghiệm khi

$$\Delta' = m^2 - 2m + 1 - m^2 = 1 - 2m \geq 0 \text{ hay khi } m \leq \frac{1}{2}.$$

$$x_1 + x_2 = -2(m-1), \quad x_1x_2 = m^2.$$

32. a)  $u + v = 42, uv = 441$  ;  $u, v$  là hai nghiệm của phương trình

$$x^2 - 42x + 441 = 0 ;$$

$$\Delta' = 21^2 - 441 = 441 - 441 = 0 ; x_1 = x_2 = 21. \text{ Từ đó}$$

$$u = v = 21.$$

b)  $u + v = -42, uv = -400$  ;  $u, v$  là hai nghiệm của phương trình

$$x^2 + 42x - 400 = 0 ;$$

$\Delta' = 441 + 400 = 841$ ,  $\sqrt{\Delta'} = 29$ ;  $x_1 = 8$ ,  $x_2 = -50$ . Từ đó

$u = 8$ ,  $v = -50$  hoặc  $u = -50$ ,  $v = 8$ .

c)  $u - v = 5$ ,  $uv = 24$ . Đặt  $-v = t$ , ta có  $u + t = 5$ ,  $ut = -24$ . Ta tìm được :

$u = 8$ ,  $t = -3$  hoặc  $u = -3$ ,  $t = 8$ . Do đó :

$u = 8$ ,  $v = 3$  hoặc  $u = -3$ ,  $v = -8$ .

**33.** Ta có :

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= a \left[ x^2 - \left( -\frac{b}{a} \right) x + \frac{c}{a} \right] \\ &= a [x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2] = a(x - x_1)(x - x_2). \end{aligned}$$

*Áp dụng :*

$$\text{a) } 2x^2 - 5x + 3 = 2(x - 1) \left( x - \frac{3}{2} \right) = (x - 1)(2x - 3);$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 3x^2 + 8x + 2 &= 3 \left( x - \frac{-4 - \sqrt{10}}{3} \right) \left( x - \frac{-4 + \sqrt{10}}{3} \right) \\ &= 3 \left( x + \frac{4 + \sqrt{10}}{3} \right) \left( x + \frac{4 - \sqrt{10}}{3} \right). \end{aligned}$$