§7. Tứ giác nội tiếp

A - MỤC TIÊU

HS cần :

– Hiểu được thế nào là một tứ giác nội tiếp đường tròn.

– Biết rằng có những tứ giác nội tiếp được và có những tứ giác không nội tiếp được bất kì đường tròn nào.

– Nắm được điều kiện để một tứ giác nội tiếp được (điều kiện ắt có và điều kiện đủ).

– Sử dụng được tính chất của tứ giác nội tiếp trong làm toán và thực hành.

B - NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

• HS phát hiện và chứng minh định lí thuận không khó khăn.

• GV nên hướng dẫn HS thành lập mệnh đề đảo và đọc hiểu cách chứng minh định lí đảo trong SGK (có sử dụng quỹ tích cung chứa góc).

Trong chứng minh định lí đảo, từ $\widehat{D} = 180^o - \widehat{B}$, ta đã suy ra D nằm trên cung chứa góc dựng trên đoạn thẳng AC (hình 44 SGK). (Nhớ rằng điều này chỉ đúng khi tứ giác ABCD được xét là tứ giác lồi).

• SGK chưa sử dụng cụm từ "điều kiện ắt có và đủ".

C - GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

– GV và HS chuẩn bị thước thẳng, thước đo góc, compa và êke.

– GV hướng dẫn HS lần lượt thực hiện các hoạt động sau :

Hoạt động 1. Định nghĩa tứ giác nội tiếp.

Thực hiện $\boxed{?1}$ SGK :

a) Vẽ một đường tròn tâm O, bán kính bất kì, rồi vẽ một tứ giác có tất cả các đỉnh nằm trên đường tròn đó, ta có một tứ giác nội tiếp. Hãy định nghĩa thế nào là một tứ giác nội tiếp. Đo và cộng số đo của hai góc đối diện của tứ giác đó.

b) Hãy vẽ một tứ giác không nội tiếp đường tròn tâm I, bán kính bất kì. Đo và cộng số đo của hai góc đối diện của tứ giác đó.

Hoạt động 2. Chứng minh định lí.

Thực hiện $\boxed{?2}$ SGK :

a) Vẽ tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn tâm O.

Hãy chứng minh $\widehat{A} + \widehat{C} = 180^o$ và $\widehat{B} + \widehat{D} = 180^o$.

b) Hãy phát biểu định lí vừa chứng minh.

Hoạt động 3. Phát biểu và chứng minh định lí đảo.

a) Thành lập mệnh đề đảo của định lí vừa chứng minh.

b) Đọc chứng minh định lí đảo trong SGK.

c) Phân tích cách chứng minh : Cho cái gì ? Phải chứng minh điều gì ?

Nêu các bước chứng minh. Sử dụng kiến thức "cung chứa góc" như thế nào ?

Hoạt động 4. Củng cố kiến thức.

a) Làm bài tập 53 SGK (hoạt động nhóm).

b) Làm bài tập 54 SGK (hoạt động cá nhân).

c) Những tứ giác đặc biệt nào thì nội tiếp được đường tròn ? Vì sao ?

– Hướng dẫn công việc ở nhà của HS

• Học bài theo SGK.

• Làm bài tập 55 SGK.

D - HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP SGK

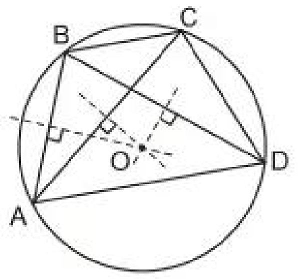
53.

Trường hợp / Góc	1)	2)	3)	4)	5)	6)
$\widehat{A}$	(80^o)	75^o	(60^o)	80^o	106^o	(95^o)
$\widehat{B}$	(70^o)	105^o	70^o	(40^o)	(65^o)	82^o
$\widehat{C}$	100^o	(105^o)	120^o	100^o	(74^o)	85^o
$\widehat{D}$	110^o	(75^o)	110^o	140^o	115^o	(98^o)

54. (h. 47) Tứ giác ABCD có tổng hai góc đối diện bằng 180^o nên nội tiếp được đường tròn. Gọi tâm đường tròn đó là O, ta có :

$$OA = OB = OC = OD.$$

Do đó, các đường trung trực của AC, BD và AB cùng đi qua O.



Hình 47

55. (h. 48) $\widehat{MAB} = \widehat{DAB} - \widehat{DAM} = 80^o - 30^o = 50^o$. (1)

• Tam giác MBC cân (MB = MC) nên

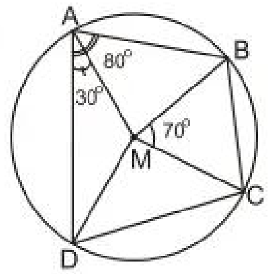
$$\widehat{BCM} = \frac{180^o - 70^o}{2} = 55^o. \qquad (2)$$

• Tam giác MAB cân (MA = MB) mà $\widehat{MAB} = 50^o$ (theo (1)), vậy :

$$\widehat{AMB} = 180^o - 2 \times 50^o = 80^o. \qquad (3)$$

• Tam giác MAD cân (MA = MD), suy ra

$$\widehat{AMD} = 180^o - 2 \times 30^o = 120^o. \qquad (4)$$



Hình 48

• Ta có $\widehat{DMC} = 360^o - (\widehat{AMD} + \widehat{AMB} + \widehat{BMC})$

$$= 360^o - (120^o + 80^o + 70^o).$$

Suy ra $\widehat{DMC} = 90^o$.

• Tam giác MCD là tam giác vuông cân (MC = MD và $\widehat{DMC} = 90^o$), suy ra $\widehat{MDC} = \widehat{MCD} = 45^o$. (5)

• $\widehat{BCD} = 180^o - 80^o = 100^o$ (góc bù với góc BAD).

56. (h. 49)

Ta có : $\widehat{BCE} = \widehat{DCF}$ (hai góc đối đỉnh).

Đặt $x = \widehat{BCE} = \widehat{DCF}$. Theo tính chất góc ngoài của tam giác, ta có :

$$\widehat{ABC} = x + 40^o, \qquad (1)$$

$$\widehat{ADC} = x + 20^o. \qquad (2)$$

Lại có :

$$\widehat{ABC} + \widehat{ADC} = 180^o \qquad (3)$$

(hai góc đối diện của tứ giác nội tiếp).

Từ (1), (2), (3) suy ra :

$2x + 60^o = 180^o$ hay $x = 60^o$.

Từ (1), ta có :

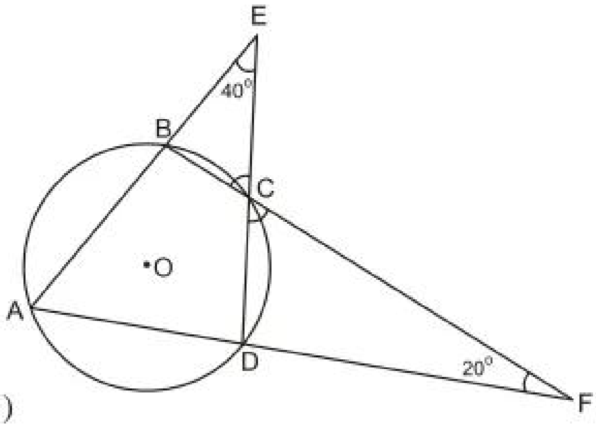
$\widehat{ABC} = 60^o + 40^o = 100^o$.

Từ (2), ta có :

$\widehat{ADC} = 60^o + 20^o = 80^o$.

• $\widehat{BCD} = 180^o - x$ (hai góc kề bù)

$\Rightarrow \widehat{BCD} = 120^o$.



Hình 49

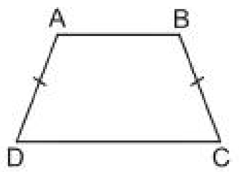
• $\widehat{BAD} = 180^o - \widehat{BCD}$ (hai góc đối diện của tứ giác nội tiếp)

$= 180^o - 120^o = 60^o$.

57. Hình bình hành (nói chung) không nội tiếp được đường tròn, vì tổng hai góc đối diện không bằng 180^o. Trường hợp riêng của hình bình hành là hình chữ nhật (hay hình vuông) thì nội tiếp được đường tròn, vì tổng hai góc đối diện là $90^o + 90^o = 180^o$.

Hình thang (nói chung), hình thang vuông không nội tiếp được đường tròn.

Hình thang cân ABCD (BC = AD) có hai góc ở mỗi đáy bằng nhau : $\widehat{A} = \widehat{B}$, $\widehat{C} = \widehat{D}$; mà $\widehat{A} + \widehat{D} = 180^o$ (hai góc trong cùng phía tạo bởi cát tuyến AD với AB // CD). Suy ra $\widehat{A} + \widehat{C} = 180^o$. Vậy hình thang cân luôn có tổng hai góc đối diện bằng 180^o nên nội tiếp được đường tròn (h. 50).



Hình 50

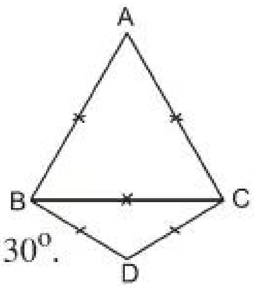
58. (h. 51) a) Theo giả thiết, $\widehat{DCB} = \frac{1}{2}\widehat{ACB} = \frac{1}{2}.60^o = 30^o$.

$\widehat{ACD} = \widehat{ACB} + \widehat{BCD}$ (tia CB nằm giữa hai tia CA, CD)

$\Rightarrow \widehat{ACD} = 60^o + 30^o = 90^o$. (1)

Do DB = DC nên tam giác BDC cân, suy ra $\widehat{DBC} = \widehat{DCB} = 30^o$.

Từ đó, $\widehat{ABD} = 60^o + 30^o = 90^o$. (2)



Hình 51

Từ (1) và (2) ta có $\widehat{ACD} + \widehat{ABD} = 180^o$ nên tứ giác ABDC nội tiếp được.

b) Vì $\widehat{ABD} = 90^o$ nên AD là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tứ giác ABDC. Do đó, tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác ABDC là trung điểm của AD.

59. (h. 52) Do tứ giác ABCP nội tiếp nên ta có :

$$\widehat{BAP} + \widehat{BCP} = 180^o. \qquad (1)$$

Ta lại có $\quad \widehat{ABC} + \widehat{BCP} = 180^o \qquad (2)$

(hai góc trong cùng phía tạo bởi cát tuyến CB và AB // CD).

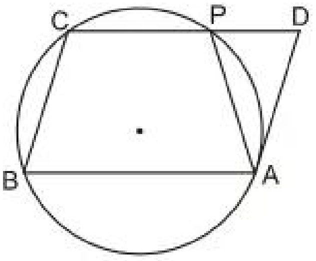
Từ (1) và (2) suy ra :

$$\widehat{BAP} = \widehat{ABC}.$$

Vậy ABCP là hình thang cân, suy ra AP = BC. (3)

Nhưng $\qquad$ BC = AD $\qquad$ (4)

(hai cạnh đối của hình bình hành).



Hình 52

Từ (3) và (4) suy ra AP = AD.

Cách chứng minh khác :

Tứ giác ABCP nội tiếp lại là hình thang (AB // CD) thì phải là hình thang cân, suy ra AP = BC. Nhưng BC = AD, vậy AP = AD.

Cũng có thể chứng minh bằng cách sử dụng tính chất : Hai cung bị chắn giữa hai dây song song thì bằng nhau : AB // CP $\Rightarrow \overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{AP} \Rightarrow$ BC = AP. Mà BC = AD nên AD = AP.

60. (h. 53) *Hướng dẫn :* Từ các tứ giác nội tiếp có trong hình 53 ta lần lượt suy ra :

$$\widehat{S}_1 = \widehat{M}_3, \qquad (1)$$

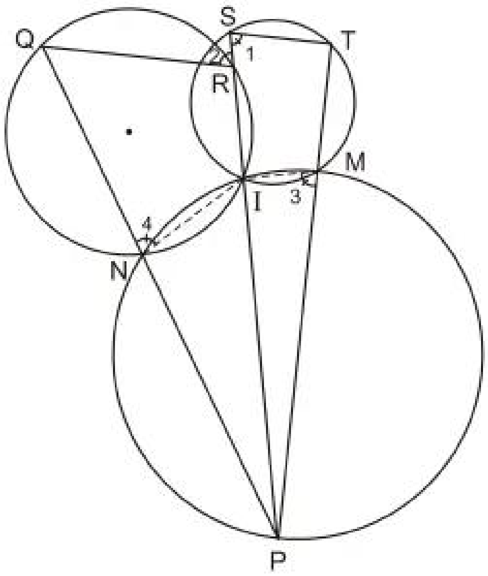
$$\widehat{M}_3 = \widehat{N}_4, \qquad (2)$$

$$\widehat{N}_4 = \widehat{R}_2. \qquad (3)$$

Từ (1), (2), (3) suy ra

$\widehat{S}_1 = \widehat{R}_2$ (hai góc ở vị trí so le trong).

Do đó QR // ST.



Hình 53