§8. Đường tròn ngoại tiếp. Đường tròn nội tiếp

A - MỤC TIÊU

HS cần :

– Hiểu được định nghĩa, khái niệm, tính chất của đường tròn ngoại tiếp (nội tiếp) một đa giác.

– Biết bất cứ một đa giác đều nào cũng có một đường tròn ngoại tiếp và một đường tròn nội tiếp.

– Biết vẽ tâm của đa giác đều (đó là tâm của đường tròn ngoại tiếp, đồng thời là tâm của đường tròn nội tiếp), từ đó vẽ được đường tròn ngoại tiếp và đường tròn nội tiếp của một đa giác đều cho trước.

B - NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

• HS đã biết đường tròn ngoại tiếp của một tam giác.

Ở §7, HS đã học tứ giác nội tiếp đường tròn (đường tròn ngoại tiếp tứ giác).

Ở §8 này, ta mở rộng kiến thức và đưa ra các khái niệm đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp đa giác.

Những khái niệm này phát biểu với đa giác bất kì (lồi, không đều) nhưng chủ yếu chỉ quan tâm đến đa giác đều.

• Không yêu cầu HS chứng minh định lí : Bất kì đa giác đều nào cũng có một đường tròn ngoại tiếp và một đường tròn nội tiếp.

• Không yêu cầu HS tìm công thức tổng quát tính bán kính đường tròn ngoại tiếp (R) và bán kính đường tròn nội tiếp (r) theo cạnh a của đa giác đều n cạnh.

• Chỉ yêu cầu HS biết cách tính R và r theo a với n = 3 ; 4 ; 6.

• Trong SBT, có hướng dẫn HS đi đến các công thức :

$$R = \frac{a}{2\sin\frac{180^o}{n}}, \; r = \frac{a}{2\text{tg}\frac{180^o}{n}}$$

nhằm phục vụ HS khá, giỏi.

C - GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

– GV và HS chuẩn bị thước, compa và êke.

– GV hướng dẫn HS lần lượt thực hiện hai hoạt động sau :

Hoạt động 1. Định nghĩa.

Thực hiện $\boxed{?}$ SGK :

a) Vẽ đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp một lục giác đều.

b) Phát biểu định nghĩa đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp một đa giác đều.

Hoạt động 2. Định lí.

a) Dựa vào hình vẽ ở hoạt động 1, cho phép công nhận định lí :

Bất kì đa giác đều nào cũng có một đường tròn ngoại tiếp và một đường tròn nội tiếp.

b) Vẽ tâm của tam giác đều, hình vuông, lục giác đều cho trước.

– Công việc ở nhà của HS

Làm các bài tập 63, 64 SGK.

D - HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP SGK

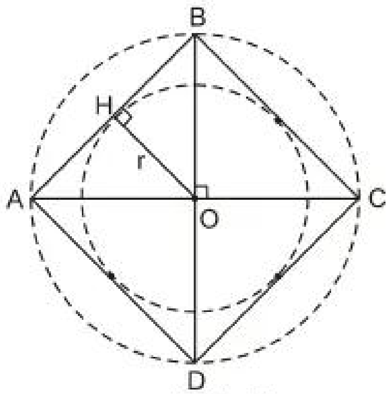
61. a) Vẽ đường tròn (O ; 2 cm).

b) Vẽ hai đường kính AC và BD vuông góc với nhau. Nối A với B, B với C, C với D, D với A, ta được tứ giác ABCD là hình vuông nội tiếp đường tròn (O ; 2 cm).

Vẽ bằng êke và thước thẳng.

c) Vẽ OH ⊥ AB.

OH là bán kính r của đường tròn nội tiếp hình vuông ABCD.



Hình 54

$$r = OH = HB,$$

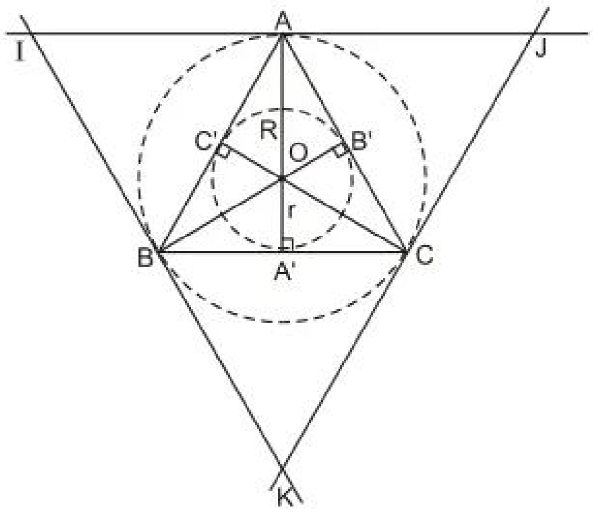
$$r^2 + r^2 = OB^2 = 2^2 \Rightarrow 2r^2 = 4 \Rightarrow r^2 = 2 \Rightarrow r = \sqrt{2}\,(cm).$$

Vẽ đường tròn $(O; \sqrt{2}$ cm$)$. Đường tròn này nội tiếp hình vuông, tiếp xúc với bốn cạnh hình vuông tại các trung điểm của mỗi cạnh (h. 54).

62. (h. 55) a) Vẽ tam giác đều ABC có cạnh bằng 3 cm (dùng thước có chia khoảng và compa).

b) Tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC là giao điểm của ba đường trung trực (đồng thời là ba đường cao, ba đường trung tuyến, ba đường phân giác của tam giác đều ABC).

$$R = OA = \frac{2}{3}AA' = \frac{2}{3}\cdot\frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{2}{3}\cdot\frac{3.\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\,(cm).$$



Hình 55

c) Đường tròn nội tiếp (O ; r) tiếp xúc với ba cạnh của tam giác đều ABC tại các trung điểm A', B', C' của các cạnh.

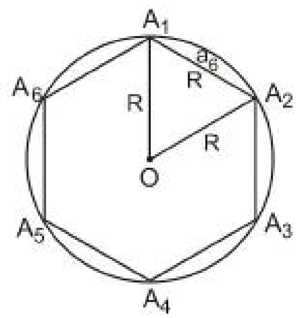
$$r = OA' = \frac{1}{3}AA' = \frac{1}{3}\cdot\frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}(\text{cm}).$$

d) Vẽ các tiếp tuyến với đường tròn (O ; R) tại A, B, C. Ba tiếp tuyến này cắt nhau tại I, J, K, ta có tam giác IJK là tam giác đều ngoại tiếp (O ; R).

63. (h. 56) Gọi a_i là cạnh của đa giác đều i cạnh.

a) $a_6 = R$ (vì OA_1A_2 là tam giác đều).

Cách vẽ : Vẽ đường tròn (O ; R). Trên đường tròn, ta đặt liên tiếp các cung A_1A_2, A_2A_3, ..., A_6A_1 mà dây căng cung đó có độ dài bằng R. Nối A_1 với A_2, A_2 với A_3, ..., A_6 với A_1, ta được hình lục giác đều $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ nội tiếp đường tròn.

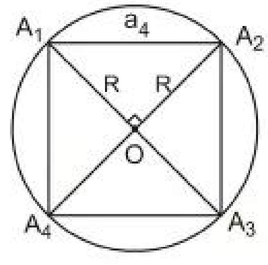


Hình 56

b) (h. 57) Trong tam giác vuông OA_1A_2 :

$$a_4^2 = R^2 + R^2 = 2R^2 \Rightarrow a_4 = R\sqrt{2}.$$

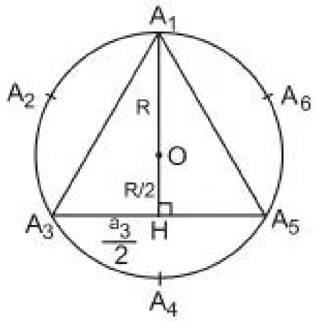
Cách vẽ như ở bài tập 61.



Hình 57

c) (h. 58) $A_1H = R + \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$,

$A_3H = \frac{a_3}{2}$, $A_1A_3 = a_3$.



Hình 58

Trong tam giác vuông A_1HA_3, ta có :

$$A_1H^2 = A_1A_3^2 - A_3H^2.$$

Từ đó ta có $\frac{9R^2}{4} = a_3^2 - \frac{a_3^2}{4}$

$\Rightarrow a_3^2 = 3R^2$ hay

$a_3 = R\sqrt{3}$.

Cách vẽ như câu a) (h. 56).

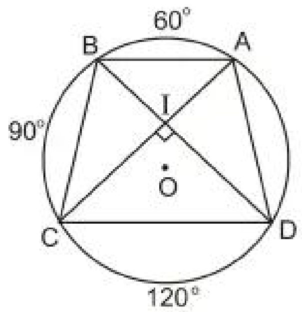
Nối các điểm chia cách nhau một điểm thì ta được tam giác đều. Chẳng hạn, tam giác $A_1A_3A_5$ như trên hình 58.

64. (h. 59) a) $\widehat{BAD} = \frac{90^o + 120^o}{2} = 105^o$ (góc nội tiếp chắn cung BCD) (1)

$\widehat{ADC} = \frac{60^o + 90^o}{2} = 75^o$ (góc nội tiếp chắn cung ABC). (2)

Từ (1) và (2) ta có :

$$\widehat{BAD} + \widehat{ADC} = 105^o + 75^o = 180^o. \quad (3)$$



Hình 59

$\widehat{BAD}$ và $\widehat{ADC}$ là hai góc trong cùng phía tạo bởi cát tuyến AD và hai đường thẳng AB, CD. Đẳng thức (3) chứng tỏ AB // CD. Do đó, tứ giác ABCD là hình thang, mà hình thang nội tiếp thì phải là hình thang cân.

Vậy ABCD là hình thang cân (BC = AD).

b) Giả sử hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại I.

$\widehat{CID}$ là góc có đỉnh nằm trong đường tròn, nên :

$$\widehat{CID} = \frac{sđ\overset{\frown}{AB} + sđ\overset{\frown}{CD}}{2} = \frac{60^o + 120^o}{2} = 90^o.$$

Vậy AC ⊥ BD.

c) Xem bài tập 63.

Vì sđ $\overset{\frown}{AB} = 60^o$ nên AB = R.

Vì sđ $\overset{\frown}{BC} = 90^o$ nên $BC = R\sqrt{2}$ và

$$AD = BC = R\sqrt{2}.$$

Vì sđ $\overset{\frown}{CD} = 120^o$ nên $CD = R\sqrt{3}$.